

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW
DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Estudo dos Efeitos Não-Lineares na Geração de
Energia Limpa através de Materiais Piezelétricos**

Leonardo Silva Pereira

Prof. Orientador: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

**Rio de Janeiro
Novembro de 2016**

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW
DA FONSECA – CEFET/RJ**

**Estudo dos Efeitos Não-Lineares na Geração de
Energia Limpa através de Materiais Piezelétricos**

Leonardo Silva Pereira

Projeto final apresentado em cumprimento às
normas do Departamento de Educação Superior
do CEFET/RJ, como parte dos requisitos para obtenção
do título de Bacharelem Engenharia Mecânica.

Prof. Orientador: Luciana Loureiro da Silva Monteiro

**Rio de Janeiro
Novembro de 2016**

*“You can’t always get what you want, but if you try sometimes, you just might find, you get what
you need”*

(The Rolling Stones)

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

P436 Pereira, Leonardo Silva
Estudo dos efeitos não-lineares na geração de energia limpa
através de materiais piezelétricos / Leonardo Silva Pereira.—2016.
xiii, 50f. : il. (algumas color.) , grafs. ; enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação
Tecnológica Celso Suckow da Fonseca , 2016.
Bibliografia : f. 45-50
Orientadora : Luciana Loureiro da Silva Monteiro

1. Engenharia mecânica. 2. Sistemas não-lineares. 3. Indústria
de energia limpa. 4. Energia – Fontes alternativas. 5.
Piezeletricidade. I. Monteiro, Luciana Loureiro da Silva (Orient.). II.
Título.

CDD 621

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família por ter me apoiado e me acompanhado em toda a minha trajetória, sempre dedicados e dispostos a me ajudar em qualquer adversidade.

Leonardo Silva Pereira

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por estar sempre me iluminando em minha trajetória.

Ao meu pai Carlos Eduardo Santos Pereira e a minha mãe Valéria dos Santos Silva por sempre se esforçarem e se dedicarem ao máximo para me fornecerem a melhor educação possível e por estarem sempre a disposição quando necessário.

Aos meus irmãos Rafael Silva Pereira e Izabela Silva Pereira, por serem companheiros e tutores durante a faculdade, me auxiliando nos momentos de dificuldade e comemorando nos momentos de felicidade.

Aos meus amigos que sempre estiveram ao meu lado e compreenderam os dias que não pude encontrá-los para poder me dedicar à faculdade.

A todas as pessoas que conheci na faculdade. Em cada matéria uma turma diferente, muitas vezes as mesmas pessoas e sempre muita gente disposta a ajudar e a ser ajudado.

Ao Governo Federal por oferecer universidades públicas, pluralizando-as e dando oportunidades iguais para todos. Sem essa opção muitos não estariam formados nos dias de hoje.

Ao programa Ciência sem Fronteiras por ter me permitido aprender matérias que não existem no Cefet/RJ, fazer amizades fantásticas e me proporcionar um crescimento mental, pessoal e profissional.

E por fim a Luciana Loureiro da Silva Monteiro, por ter aceitado orientar esse trabalho sendo sempre muito paciente e sempre apoiando a elaboração desse projeto.

Leonardo Silva Pereira

RESUMO

Colheita de energia baseada em vibração utilizando materiais piezelétricos é uma abordagem em que a energia oriunda de vibrações pode ser convertida em energia elétrica. Este trabalho aborda os efeitos não lineares observados em dispositivos de colheita de energia. Modelos constitutivos lineares para materiais piezelétricos podem fornecer inconsistências na predição de potência gerada do dispositivo de colheita de energia, principalmente perto da ressonância. Este trabalho investiga o efeito do comportamento não-linear do acoplamento piezelétrico. Simulações numéricas são realizadas considerando modelos com acoplamento piezelétrico utilizando abordagens linear e não-linear, mostrando sua influência na dinâmica do sistema. Testes experimentais disponíveis na literatura são utilizados como referência. Por fim, um estudo paramétrico é realizado mostrando diferentes respostas do sistema e concluído que ao se adicionar não linearidades aos sistemas piezelétricos são obtidas respostas mais precisas que modelos lineares, verificando a existência de saltos dinâmicos e maior geração de potência.

Palavras -Chave: Colheita de energia, Vibração, Piezeletricidade, Dinâmica não linear.

ABSTRACT

Vibration-based energy harvesting with piezoelectric elements is an approach where available mechanical vibration energy can be converted into electrical energy. This work deals with the nonlinear effects observed in energy harvesting devices. Linear constitutive models for piezoelectric materials can provide inconsistencies on the prediction of the power output of the energy harvester, mainly close to resonant conditions. This work investigates the effect of the nonlinear behavior of the piezoelectric coupling. Numerical simulations are carried out considering linear and nonlinear models of piezoelectric coupling showing their influence on system dynamics. Experimental tests available in the literature are used as a reference. Finally, a parametric study is carried out showing different responses of the system. In the end I concluded that add nonlinearities to piezoelectric systems make them more accurate than linear models, verifying an existence of dynamic jumps and producing more power.

Key-words: Energy harvesting, vibration, piezoelectricity, nonlinear dynamics.

SUMÁRIO

Capítulo 1	xii
1.1 Introdução	1
1.2 Objetivo	4
Capítulo 2	5
2.1 Revisão Bibliográfica	5
2.2 Aplicações	11
Capítulo 3	17
3.1 Fundamentação Teórica	17
3.2 Materiais Inteligentes	17
3.3 Piezeletricidade	18
3.4 Geração de energia utilizando piezelétricos	20
3.5 Equações Constitutivas	22
Capítulo 4	24
4.1 Metodologia	24
4.2 Modelo Numérico	24
5.1 Validação Numérico Experimental	30
5.2 Estudo Paramétrico	37
Capítulo 6	44
6.1 Conclusão	44
Referências Bibliográficas	45

Lista de Figuras

Figura 1: Efeito direto e inverso de um material piezeléctrico.	2
Figura 2: Gerador Piezeléctrico aplicado a teclas de um teclado de computador.....	13
Figura 3: Placas piezeléctricas gerando energia quando pressionada pelos atletas de uma corrida.	14
Figura 4: Modelo de um gerador piezeléctrico proposto por Shenck e Paradiso (2001) no interior de um tênis.....	15
Figura 5: Tipos de acoplamento possíveis e os efeitos que os governam.	18
Figura 6: Estrutura atômica do PZT.....	19
Figura 7: Disposição dos dipolos elétricos em um PZT.	20
Figura 8: Convenção de eixos para materiais piezeléctricos	21
Figura 9: Modos de operação de um piezeléctrico	21
Figura 10: Consideração de chapas finas.	23
Figura 11: Modelo do sistema de captação de energia Kim et al. (2010).....	24
Figura 12: Campo eléctrico (Field) pela deformação (Strain).	26
Figura 13: Constante d_{31} pela deformação (Strain).....	26
Figura 14: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) do deslocamento em função da resistência eléctrica em diferentes frequências.....	31
Figura 15: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) da tensão eléctrica em função da resistência eléctrica em diferentes frequências.	32
Figura 16: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) da potência eléctrica em função da resistência eléctrica em diferentes frequências.	33
Figura 17: Deslocamento (a), tensão eléctrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência eléctrica de $10k\Omega$	35
Figura 18: Deslocamento (a), tensão eléctrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência eléctrica de $40k\Omega$	36

Figura 19: Deslocamento (a), tensão elétrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência elétrica de $100k\Omega$	37
Figura 20: Máxima deformação induzida versus Frequência para diferentes valores de ρ	38
Figura 21: Máximas curvas de Deslocamento x Frequência com $\rho=1$ para diferentes valores de β_2 para o modelo linear (LM) $\beta_2=0,0$ e modelos não lineares $\beta_2 \neq 0$	40
Figura 22: Máximas curvas de Potência x Frequência com $\rho=1$ para diferentes valores de β_2 para o modelo linear para o modelo linear (LM) $\beta_2=0,0$ e modelos não lineares $\beta_2 \neq 0$	42
Figura 23: Saltos Dinâmicos	43

Lista de Tabelas

Tabela 1: Relação de admensionalização	28
Tabela 2: Valores dos coeficientes admensionais utilizados.....	29

Lista de Símbolos

PZT - Titanato Zirconato de Chumbo

PVDF - Fluoreto de Polivinilideno

ζ - Coeficiente adimensional

ϵ - Coeficiente adimensional

θ - Coeficiente piezométrico linear adimensionalizado

δ - Coeficiente adimensional

k - Constante elétrica

ϕ - Acoplamento piezométrico

ρ - Carga elétrica adimensionalizada

ω - Velocidade angular

β_2 - Coeficiente piezométrico não linear adimensionalizado

m - Massa

b - Constante de amortecimento

c_v - Constante com dimensão inversa a tensão elétrica

C - Capacitância

k - Constante elástica da mola

R_l - Resistência elétrica

η - Coeficiente piezométrico linear

α - Coeficiente piezométrico não linear

ϵ - Deformação mecânica

V - Tensão elétrica

B_f - Amplitude da excitação harmônica

D - Deslocamento elétrico

E - Campo elétrico

σ – Tensão mecânica

d – Acoplamento piezelétrico

Capítulo 1

1.1 Introdução

Atualmente tem sido cada vez mais frequente a preocupação com a degradação do planeta em função da utilização de fontes de energia não renováveis. Devido a este fato, grande parte das pesquisas tecnológicas desde a década de 90 tem sido em função de descobrir e desenvolver mecanismos de captação de energia limpa, “energy harvesting”. Podemos destacar como “energy harvesting” elementos fotovoltaicos, que captam energia da luz solar, elementos termoelétricos, que geram energia pelo gradiente de temperatura formado entre dois condutores distintos, e piezelétricos, que convertem deformação mecânica em energia elétrica, entre outros mais. Além disso, esses mecanismos devem ser otimizados para produzir o máximo de energia para as condições ambientes (**TRIPLETT, 2009**).

Elementos piezelétricos, que serão tratados nesse trabalho, atuam através do efeito piezelétrico que pode ocorrer em duas formas, direto e indireto (Figura 1). O primeiro é a capacidade de transformar deformação mecânica em eletricidade, já o segundo é o oposto, a capacidade de transformar a aplicação um potencial elétrico em energia de deformação mecânica (**SODANO e PARK, 2004**). Além disso, a obtenção de energia por meio desses elementos tem recebido atenção por possuir diversas possibilidades de aplicação, principalmente para utilização de pequenos sistemas elétricos, uma vez que esse material gera apenas uma pequena quantidade de energia (**SODANO et al 2004**). Desse modo, o objetivo desse trabalho é ajudar na otimização da geração de energia através de materiais piezelétricos.

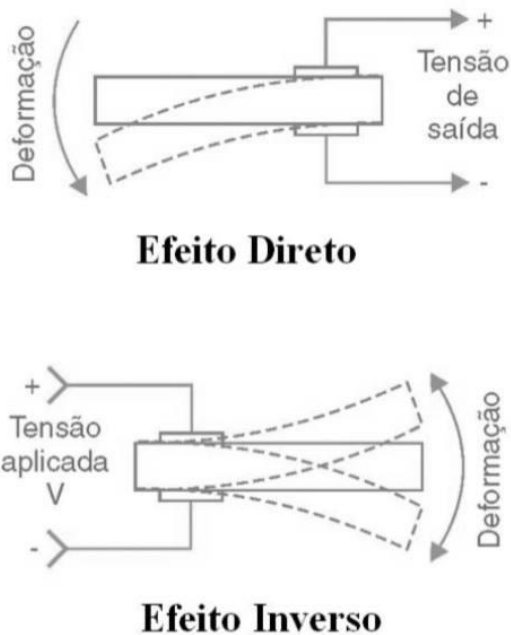


Figura 1: Efeito direto e inverso de um material piezoelectrico (MINETO, 2013)

A piezeletricidade foi descoberta em 1880 pelos irmãos Pierre e Jaques Curie ao perceberem que quando aplicada uma tensão mecânica em certos tipos de materiais um potencial elétrico era gerado, efeito direto. Entretanto, somente um ano depois, 1881, Gabriel Lippman provou que o efeito inverso da piezeletricidade, observando a ocorrência de deformações mecânicas ao aplicar um campo elétrico em um cristal com características piezoelectricas.

Para esses experimentos foram utilizados o quartzo, a turmalina e o sal de rochelle por serem os principais cristais naturais com propriedades piezoelectricas, porém também existem cristais não naturais, sintéticos, que foram sendo descobertos a partir da década de 50, o que aumentou a utilização da piezeletricidade. Grande parte desses materiais sintéticos são compostos cerâmicos, que geram uma tensão de saída logo após a aplicação de vibração ao material.

Esse estudo da geração de energia piezoelectrica a partir da vibração tem sido feito através da análise de vigas mono engastadas com uma extremidade livre. Essas vigas podem ter uma fina camada de material piezoelectrico na sua superfície superior, inferior, em ambas ou no seu interior, que são conectados a eletrodos e a um circuito elétrico. Desse modo, será possível converter a energia das vibrações em energia elétrica.

Contudo, a maior dificuldade na geração de energia por meio das vibrações em vigas com camadas de material piezelétrico é o fato de que as mesmas precisam ser excitadas o mais próximo possível de sua frequência natural para que essa geração seja maximizada, caso haja um desvio dessa frequência a energia gerada é drasticamente reduzida (**ERTURK, 2009**). Assim, é necessária a realização de estudos para ampliar essa taxa de frequência de vibração para otimizar ao máximo a geração de energia.

Grandes partes das pesquisas já realizadas nessa área são relativas ao comportamento desses materiais como linear, que acabam gerando inconsistências entre os resultados experimentais e numéricos. Dessa forma, com o objetivo de contribuir no aperfeiçoamento desses mecanismos de geração de energia, pesquisas de comportamentos não lineares têm tido maior importância nos últimos anos. Essas pesquisas tem procurado identificar as não linearidades existentes nos sistemas. Essas não linearidades podem estar relacionadas a diversos fatores como rigidez dos elementos, acoplamento eletromecânico, geometria do dispositivo, propriedade do material piezelétrico e outras aproximações que são realizadas em muitos casos. Também têm sido utilizados diferentes modelos numéricos de resolução de problemas para poder se aproximar o máximo possível de resultados experimentais.

Com isso, o futuro dessas pesquisas é aprimorar cada vez mais os métodos não lineares, produzindo assim mecanismos cada vez mais eficientes e com aplicações diárias, recuperando assim energias vibracionais que não aproveitadas nos dias de hoje.

1.2 Objetivo

O principal objetivo desse trabalho é estudar a geração de energia limpa através das vibrações utilizando mecanismos piezelétricos, desenvolvendo um modelo linear e outro não linear, e ambos serão correlacionados com resultados numéricos experimentais já obtidos na literatura.

Para o estudo não linear, será utilizada a análise de um modelo numérico com um grau de liberdade de um sistema massa-mola-amortecedor com o acoplamento eletromecânico associado a um circuito elétrico com um resistor. O acoplamento eletromecânico será incluído no modelo como dependente da deformação gerada, uma vez que resultados experimentais comprovam essa forte dependência. Serão verificadas nesse modelo as influências de diferentes parâmetros no sistema. Além disso, será verificado que a eficiência do sistema é maior quando o mesmo é excitado próximo da sua frequência de ressonância.

Todos os resultados serão comparados com resultados já obtidos na literatura e dessa forma será concluído se os métodos utilizados são melhores do que modelos anteriores, aprimorando modelos já existentes e otimizando mecanismos piezelétricos para geração de energia.

Capítulo 2

2.1 Revisão Bibliográfica

Apesar de a piezeletricidade ter sido descoberta no final do século XIX, somente um século depois foram iniciados estudos para aproveitar a energia obtida de materiais piezelétricos.

No início, as pesquisas relacionadas à piezeletricidade eram relacionadas ao descobrimento e aprimoramento de cristais piezelétricos e foram se expandindo para mecanismos que possuíam esses cristais, como os atuadores piezelétricos, até as pesquisas mais recentes que visam o aproveitamento da energia obtida com esses materiais através de geradores piezelétricos. O aprimoramento dessas pesquisas se deu também no desenvolvimento de novos métodos para obtenção de resultados, sendo muito utilizados no início sistemas lineares e mais recentemente não lineares e sendo utilizados diferentes métodos matemáticos para alcançar na teoria os resultados obtidos experimentalmente. Além disso, tem se pesquisado diferentes ideias para aplicação desses geradores, desde a aplicação biomédica para gerar energia para marca-passos, até na indústria aeronáutica para gerar energia para sensores.

Apesar de o efeito piezelétrico ter sido descoberto há mais de 100 anos atrás, apenas na década de 90 que surgiram os primeiros trabalhos relacionados à energia piezelétrica. Podemos destacar entre as primeiras pesquisas relacionadas, a pesquisa de **UMEDA et al. (1996)** a respeito de geradores piezelétricos em que investigou-se a transformação de energia mecânica em energia elétrica através da energia gerada pelo impacto de uma esfera de aço em um vibrador piezelétrico. Para analisar o efeito de várias características do vibrador, foram calculados dois modelos, o primeiro com um transdutor e uma esfera de metal e o segundo com somente o transdutor. Desse modo foi verificado que picos de frequência correspondiam a certos modos de vibração. Além disso, verificou-se também que a eficiência do primeiro modelo era 52% maior quando a esfera de aço ficava fixa após ser solta de uma determinada altura. Isso se deve pelo fato da energia aplicada não voltar para esfera em forma de energia cinética, caso a mesma ficasse colidindo repetidas vezes. Utilizando esses mesmos modelos, **UMEDA et al (1997)**,

pesquisou as características de armazenamento de energia nesses geradores, utilizando um capacitor, e concluiu que o seu protótipo era três vezes mais eficiente que uma célula solar.

ANTON e SODANO (2007) fizeram uma revisão de diversos autores comparando os resultados por eles obtidos, organizando em tabelas as configurações utilizadas e as vantagens e desvantagens de cada trabalho, facilitando assim uma análise das pesquisas já realizadas para aprimorar a eficiência e a geração de energia através de diversas configurações. Eles destacam que o material piezelétrico escolhido tem significativa importância na quantidade de energia gerada dependendo da aplicação, influenciando na funcionalidade e na performance, sendo o Titanato Zirconato de Chumbo, mais conhecido como PZT, o material piezelétrico mais utilizado nos dias de hoje. Esse material é uma cerâmica piezelétrica ou piezocerâmica, devido a esse fato ele é bastante frágil, o que limita sua utilização para deformações que possam ser absorvidas sem que haja danos uma vez que esses materiais são suscetíveis a quebras por fadiga (**LEE et al 2005**).

Como para gerar energia através de vibrações é necessário um material mais flexível, foi desenvolvido um material piezelétrico polimérico, o fluoreto de polivinilideno (PVDF). **LEE et al. (2004; 2005)** desenvolveu um tipo de PVDF que apresentava uma camada de eletrodo mais durável e concluiu que dessa forma a geração de energia seria maior durante a vida útil do material.

SODANO e INMAN (2004) também discutiram o trabalho de diversos autores sobre a geração de energia limpa através de geradores piezelétricos, focando principalmente na eficiência, capacidade de armazenamento de energia e no futuro dessas fontes de energia. Eles mostraram que embora alguns autores tenham utilizado capacitores para armazenar energia, esse método não é o mais eficiente. **SODANO et al (2002)** foi o primeiro a demonstrar que a energia gerada por um material piezelétrico é capaz de recarregar por completo uma bateria descarregada sem utilizar outras fontes de energia. Esse resultado foi obtido através da excitação de uma placa piezelétrica por um excitador eletromagnético através de frequências aleatórias e de ressonância e a energia foi armazenada tanto em um capacitor quanto em uma bateria. Como resultado foi verificado que as duas formas de armazenamento são viáveis, entretanto um capacitor não consegue armazenar a mesma quantidade de energia que uma bateria. Outros métodos também foram desenvolvidos por outros autores, utilizando chips (**AMIRTHARAJAH e**

CHANDRAKASAN 1998) (**OTTMAN et al 2002; HOFMANN et al 2002)** para otimizar a energia produzida por mecanismos piezelétricos.

Outros autores realizaram estudos para prever a quantidade de energia gerada por um gerador piezelétrico. **WILLIAMS e YATES (1996)** propuseram um mecanismo que gerasse energia quando estivesse em um meio vibracional. Utilizando um transdutor eletromagnético, foi realizada uma análise harmônica para avaliar a viabilidade do mecanismo e otimizar o design. Dessa forma foi determinado que a quantidade de energia gerada é proporcional ao cubo da frequência de vibração.

XIAO et al (2014) propuseram um estudo por um método de análise unidimensional para prever a voltagem de saída e a potência gerada por um sistema vibracional de dois graus de liberdade. Com esse tipo de análise, é possível obter resultados conclusivos sem levar em conta os tamanhos ou escalas. Para isso, eles simularam parte do modelo da suspensão de um carro com um material piezelétrico inserido no mesmo. Ao analisar os resultados foi verificado que o resultado obtido poderia ser melhor se for feita uma otimização da massa e da rigidez do oscilador.

A maioria dos estudos sobre piezeletricidade utiliza uma viga monoengastada com extremidade livre (“cantilever beam”) para realizar as análises. Essas vigas podem ser recobertas com uma camada de material piezelétrico, sendo chamadas de “unimorph”, ou duas camadas, sendo chamadas de “bimorph”. Os estudos também se diferenciam pelas considerações realizadas, sendo lineares ou não linearidades e pelos métodos matemáticos utilizados. A principal diferença entre os sistemas lineares e não lineares é que no primeiro tipo de sistemas as não linearidades são constantes, enquanto no segundo caso os seus valores são variáveis. Assim, comparando os dois sistemas o último acaba sendo mais eficiente, trabalhando em uma maior frequência (**DAQAQ et al, 2014**).

Como há grande dificuldade em se comparar diferentes modelos e abordagem de geradores de energia através da vibração, **ROUNDY (2005)** demonstra em seu trabalho uma teoria geral que pode ser usada para comparar diferentes tipos de geradores. Com isso, é concluído que para qualquer tipo de gerador, a potência de saída depende do coeficiente de acoplamento do sistema, do fator de qualidade do dispositivo e do grau para o qual a carga elétrica maximiza a transmissão de potência.

CRAWLEY e ANDERSON (1990), na pesquisa desenvolvem três modelos separados de atuação piezoelétrica em vigas (Bernoulli-Euler, Elementos Finitos, Deformação Uniforme), com o objetivo de detalhar a interação de atuadores de deformação e estruturas unidimensionais, ao redor ou internamente nas vigas. Esses modelos são derivados para qualquer atuador de deformação e são aplicados para qualquer deformação. Além disso, são discutidas nessa pesquisa as relações lineares essenciais dos materiais piezelétricos. Ao analisar um modelo linear com os dados obtidos de experimentos verifica-se que variáveis não se relacionam devido ao problema ser não linear. Desse modo, evidenciou que modelos lineares não são válidos para grandes deformações. A forte dependência do acoplamento eletromecânico em função da deformação induzida no piezelétrico tem sido constantemente desprezada em modelos numéricos, o que introduz discrepâncias em relação a resultados experimentais. Este fato motivou esta pesquisa que visa investigar este efeito na geração de energia.

O efeito do amortecimento foi estudado por **OTTMAN et al (2002)** que observou a quantidade de energia retirada do sistema durante a captação de energia. Inicialmente o amortecimento foi estimado através de métodos analíticos e depois foi verificado através de resultados experimentais. Afirma-se que a transferência de energia ótima é quando a tensão de saída do retificador operacional for metade da voltagem do circuito aberto. Com isso, pode-se assumir que o fator de perda efetiva do sistema depende somente do coeficiente de acoplamento. Usando essa simplificação o estudo analítico previu uma perda de 2,3% da energia captada pelo modo de vibração da viga devido à perda pelo fator de amortecimento, que foi verificada experimentalmente.

ERTURK e INMAN (2008) identificaram diversos erros que estavam ocorrendo nas pesquisas de modelos lineares, levando a resultados imprecisos e com fundamentos incorretos. Os problemas apresentados nesse tipo de modelagem se aconteciam pelo fato de se evitarem expansões modais e os fenômenos de ressonância ao não modelar os atuadores piezelétricos ou simplificando o amortecimento, utilizando equações e parâmetros estáticos para problemas dinâmicos.

Após isso, **ERTURK e INMAN (2008 e 2009)** divulgaram dois trabalhos para esclarecer os problemas que foram encontrados, no primeiro eles descrevem a solução analítica exata para uma barra engastada com uma camada piezelétrica (*unimorph*) com suposições de Euler-Bernoulli (**ERTURK e INMAN, 2008**), no segundo foi introduzido um fator de correção para

excitações harmônicas em barras transversais para poder ser comparado com modelos de Euler-Bernoulli gerando resultados mais precisos.

Diversos trabalhos foram publicados recentemente destacando modelos que consideram as não linearidades dos sistemas piezelétricos e comparando com sistemas lineares para validar a importância das mesmas e chegar a conclusões mais próximas possíveis da realidade. A principal vantagem dos dispositivos não lineares é que estes capturam energia sobre uma grande faixa de frequência das vibrações (MINETO, 2014).

DAQAQ et al (2014) fizeram uma revisão sobre o papel das não linearidades em sistemas vibracionais para geração de energia. Nesse trabalho, são retratados os conceitos básicos de captação de energia vibracional, o início do emprego das não linearidades, um modelo eletromecânico básico e tantos outros conceitos importantes para o desenvolvimento de artigos nessa área.

Além disso, podemos destacar a pesquisa de TRIPLETT e QUINN (2009) que terá grande importância no desenvolvimento deste trabalho. Em seu artigo, TRIPLETT e QUINN (2009) estudam o efeito das não linearidades (da rigidez e dos acoplamentos eletromecânicos) e comparam o desempenho no sistema de captação de energia com a resposta linear do mesmo, elaborada por Du TOIT (2005). Essas análises são realizadas usando o método de Poincaré-Lindstedt para análises de perturbações, aproximando as respostas do sistema, através do modelo com um grau de liberdade. Os resultados obtidos sugerem que as não linearidades influenciam significativamente o desempenho do sistema. Entretanto, quando as mesmas são pequenas, pode-se aproximar para sistemas lineares, confirmando assim o que já havia sido dito por outros autores.

DAQAQ et al. (2009) apresentam uma investigação analítica e experimental para a captação de energia por uma viga mono engastada excitada parametricamente. O modelo desenvolvido contou com as não linearidades geométricas e de inércia e outras não linearidades que representam o efeito do ar na estrutura. Através do método de múltiplas escalas para aproximar a solução analítica da resposta da viga, da tensão resultante em um resistor de carga e da potência elétrica de saída na vizinhança da primeira ressonância paramétrica, é estudado os efeitos de acoplamento eletromecânico do sistema. Os autores ainda mostram que existe um valor ótimo para o coeficiente de acoplamento e a carga resistiva para além do qual a potência tende a

diminuir. Também é demonstrado que o coeficiente de acoplamento e a carga resistiva afetam as características da faixa de frequência e podem ativar a ressonância paramétrica.

Pode-se destacar também Mann que realizou algumas pesquisas não lineares com interações eletromagnéticas. **MANN e SIMS (2009)** modelam dispositivo não linear um que usa forças de levitação magnéticas restauradoras, produzindo um oscilador com ressonância ajustável, para gerar energia. Como resultado desse modelo, as oscilações podem ser relativamente grandes em uma faixa de frequência, sendo dependente do nível de amortecimento. Já **MANN e OWENS (2010)** investigam um gerador, também não linear, que criam um potencial biestável através de interações magnéticas. Esses potenciais biestáveis podem ser usados para ampliar a resposta do gerador, de acordo com testes teóricos.

Alguns autores utilizam diferentes modelos em suas pesquisas como **SOUSA et al (2011)**, ao considerar três casos para comprovar que é possível aumentar a energia aeroelástica combinando as linearidades. O primeiro caso foi a análise das interações entre a geração de energia piezolétrica e o comportamento aeroelástico linear. O segundo caso foram adicionadas as não linearidades ao sistema e no último caso, além das não linearidades foi considerada também a rigidez. Todos os três casos tem aplicações válidas, entretanto o terceiro, não linear, o que apresenta o melhor cenário para energia aeroelástica.

DIAS et al (2013) também realizam uma análise, entretanto, utilizando equações adimensionais, da dinâmica do sistema acoplado para uma adequada escala geométrica e otimização de geradores de energia piezolétricos indutivos híbridos aeroelásticos. Os efeitos das propriedades aeroelástico elétricas são investigados em detalhe para compreender a dependência da velocidade de corte (velocidade de agitação) e a potência máxima de saída do gerador piezolétrico sobre os parâmetros do sistema.

Esse conceito de energia aeroelástica com materiais piezolétricos foi introduzido por **De MARQUI e SOUSA (2008)** para aproveitar a energia dissipada pela vibração dos componentes de um avião, melhorando a performance de vibração.

Podemos destacar também outras pesquisas que foram realizadas que envolvem modelos não lineares e mecanismos piezolétricos. **ERTURK et al (2009)** desenvolveram um mecanismo piezo magnético elástico para o aumento da energia gerada através das vibrações dos mecanismos piezolétricos. Foram aplicadas equações eletromecânicas descrevendo as não linearidades do sistema. Os resultados obtidos com essas equações foram verificados com experimentos,

produzindo oscilações periódicas de longa amplitude para excitações acima da frequência. Os resultados que eles obtiveram foram comparados com geradores piezelétricos convencionais, e foi constatado que a voltagem produzida por um circuito aberto é 200% maior.

ERTURK e INMAN (2011) continuaram investigando sistemas piezo magnético elástico, comparando-o com um sistema piezo elástico. É observada uma substancial vantagem para o sistema piezo magnético elástico ao comparar a trajetória de fase eletromecânica e que o mesmo descreve uma ampla faixa de amplitude para a resposta de tensão.

De PAULA et al (2014) também focaram na influência das não linearidades de um sistema piezo magnético elástico. As equações não lineares de movimento que descrevem o sistema foram obtidas através de análises teóricas e as análises numéricas apresentaram uma comparação entre voltagem produzida por um sistema linear, não linear monoestável e não linear biestável, para vibrações aleatórias. Os melhores resultados são obtidos pelo sistema biestável quando o deslocamento da extremidade da viga oscila ao redor dos pontos de estabilidade da mesma.

O efeito da histerese no acoplamento eletromecânico também foi investigado. **SILVA et al. (2013)** concluem através de simulações numéricas que consideram comportamentos históricos diferentes na performance do sistema em termos de geração de energia é significativamente influenciada pelas não linearidades da histerese piezelétrica e que um valor ótimo dessa histerese aumenta a quantidade de energia produzida.

CELLULAR et al. (2015), também analisaram os efeitos não lineares tanto para aspectos mecânicos e piezelétricos, sendo o desempenho verificado pra diferentes características. Foram considerados diferentes tipos de respostas para as simulações numéricas, incluindo regimes periódicos e de caos. A melhor resposta do sistema se dá ao incluir soluções caóticas e multi estáveis. Sistemas mono estáveis têm o desempenho melhor em condições de ressonância. Pode-se concluir com esse trabalho que cada não linearidade tem sua importância significativa na performance do sistema.

2.2 Aplicações

Durante as últimas décadas, também têm sido desenvolvidas pesquisas para avaliar as aplicações dos mecanismos piezelétricos, como citado anteriormente, pesquisas sobre a utilização de geradores piezelétricos na aviação através do aproveitamento da energia aeroelástica, e outras ainda não citadas, como recuperar parte da energia produzida pelo corpo humano ao andar e ao realizar outras funções do dia-dia, e a recuperação de outras formas de energia dissipada no dia a dia da população. **GONZÁLEZ et al (2002)** apresentou uma revisão dos diversos tipos de fontes de energia mecânica disponíveis no corpo humano. Eles classificaram as atividades humanas em duas categorias: atividades contínuas, como a respiração e o fluxo sanguíneo, e descontínuas, como se movimentar. A maioria dos autores tem realizado pesquisas para investigar as atividades descontínuas.

Em meados da década de 80, **HAUSLER et al (1984)** publicou um artigo a respeito da conversão da energia da respiração em energia elétrica, utilizando a movimentação periódica do tórax para esticar um conversor de energia. Para isso, ele fixou o conversor no tórax de um cachorro e através das contrações involuntárias da respiração foi obtido um pico de tensão elétrica de 18V. Para a época, os resultados obtidos foram insuficientes para afirmar o seu uso para gerar uma energia que fosse útil. Entretanto, com os desenvolvimentos dos eletrônicos e da tecnologia computacional, tornando-os mais eficientes, o resultado se mostra bastante promissor.

SOHN et al (2005), demonstraram que é possível obter energia através da oscilação da pressão sanguínea. Essa demonstração foi realizada tanto experimentalmente como teoricamente, sendo validada através do método de elementos finitos. Várias membranas de material piezelétrico foram modeladas e foi concluído que para uma pressão uniformemente distribuída, com magnitude aproximadamente igual a pressão sanguínea, foi obtido $0,61\mu\text{W}$ para um modelo circular de raio de 5,62mm e espessura de $9\mu\text{m}$.

KARAMI e INMAN (2011) conduziram um trabalho com dispositivos piezelétricos lineares e não lineares para fornecer energia de forma contínua para maca-passos, uma vez que a bateria dos mesmos necessita ser trocada ao longo dos anos, através de um procedimento cirúrgico. Como a energia necessária para um marca-passo é muito pequena, esses dispositivos seriam suficientes para recarregar a bateria desse mecanismo. O objetivo desse trabalho foi gerar um design específico para cada forma de batimento cardíaco, para com isso suprimir a energia gasta pelo marca-passo.

Outra pesquisa realizada no campo da biomecânica para gerar energia foi realizada por **Starner (1996)**, que investigou a quantidade de energia gasta para a realização de diversas atividades dos seres humanos no dia-a-dia. Vários métodos de geração de energia foram pesquisados, desde o calor humano e a respiração até a movimentação dos dedos (Figura 2) e dos membros (Figura 3). Concluiu que aproximadamente 67W eram perdidos durante o caminhar de um ser humano. Utilizando um mecanismo piezelétrico dentro de um tênis conseguiria recuperar 12,5% dessa energia.

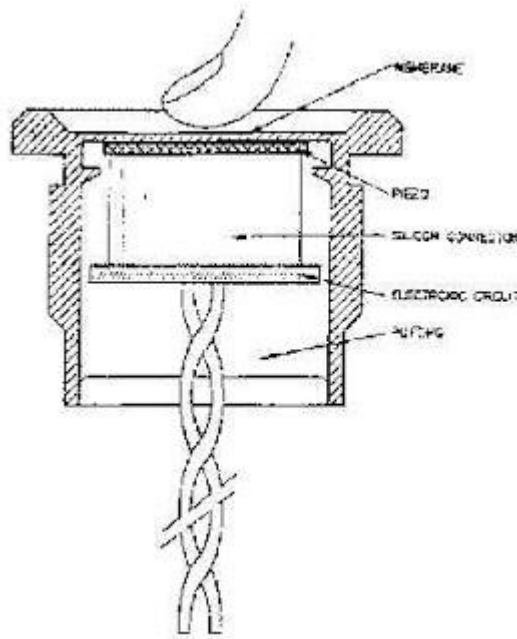


Figura 2: Gerador Piezelétrico aplicado a teclas de um teclado de computador. (SWITCH)



Figura 3: Placas piezelétricas gerando energia quando pressionada pelos atletas de uma corrida. (UOL)

Após **STARNER (1996)**, uma série de outros autores se interessou em pesquisar a obtenção de energia através de dispositivos que possam ser vestidos, como roupas, sapatos entre outros.

POST e ORTH (1997) investigaram o conceito de tecido inteligente, descrevendo técnicas usadas na fabricação de circuitos disponíveis comercialmente a partir de tecidos e fechos. Diferentes tipos de tecidos condutivos foram explorados nessa pesquisa, entre eles um tecido constituído de um fio de seda envolvido em folha de cobre fina. Esse material possui uma alta condutividade e tem uma elevada resistência a tração, podendo resistir a temperaturas elevadas, permitindo ser utilizado em máquinas industriais.

SHENCK e PARADISO (2001) pesquisaram a recuperação da energia perdida quando se apoia o calcanhar no chão ao andar, utilizando um PZT unimorph e já tencionado. Desse modo, eles focaram na implementação de efetivos recuperadores de energia dentro de tênis e sapatos (Figura 4), mantendo o design e o conforto dos mesmos.

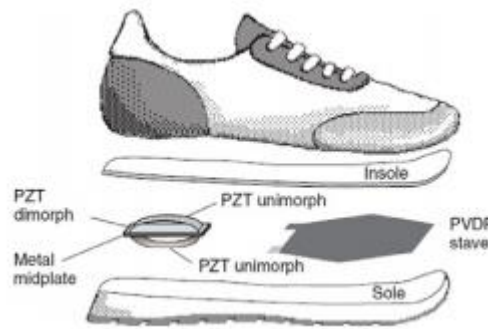


Figura 4: Modelo de um gerador piezelétrico proposto por Shenck e Paradiso (2001) no interior de um tênis.

Outras pesquisas também têm sido realizadas no campo de MEMS (“Micro Electro Mechanical Systems”) que tiveram suas vantagens destacadas para diversas aplicações através da pesquisa de **Du TOIT et al. (2005)**. **SAADON e SIDEK (2009)** fizeram uma revisão de pesquisas realizadas na área de geradores de energia piezelétricos com MEMS para recuperar as energias vibracionais. Eles retratam diversas pesquisas realizadas com seus resultados, é dado um foco para o design e o processo de fabricação desses micro geradores piezelétrico. Por fim, foi concluído que a máxima energia recuperada por esses geradores é de $60\mu\text{W}$. Com isso, esse tipo de mecanismo continua sendo inadequado para ser utilizado como fonte de alimentação de corrente alternada para equipamentos eletrônicos móveis, para sensores e para outros equipamentos de monitoramento médico. Entretanto, há grandes possibilidades de aprimoramento dos mesmos sendo plausíveis suas utilizações no futuro.

Segundo **WU et al. (2012)**, um gerador piezelétrico convencional consiste de uma viga “cantilever” e uma massa de prova na extremidade livre. Para este tipo de gerador, a segunda ressonância, é geralmente ignorada por causa das altas frequências por possuírem baixo nível de resposta em comparação com a primeira ressonância, o que faz com que a maioria das pesquisas existentes sejam apenas para a primeira ressonância. Desse modo eles analisam um gerador que possui uma viga cantilever principal e uma secundária em seu interior, ambas com transdutores piezelétricos em seu interior. Ao alterar a massa de prova as duas primeiras frequências de ressonância podem ser ajustadas para quase gerar energia, o que foi comprovado através de ensaios e simulações. Os resultados experimentais mostraram que esse método é mais adaptável e

funcional, especialmente quando existem restrições do espaço em aplicações reais, como no caso de MEMS.

Para os próximos anos, as pesquisas devem se concentrar em aumentar a quantidade de energia gerada ou desenvolver novas formas de acumular essa energia uma vez que, nos dias de hoje, essa é muito pequena para ser fonte de energia da maioria dos eletrônicos. Como citado acima, a possibilidade de recarregar baterias mostra esse tipo de mecanismo é uma grande promessa, sendo essa tecnologia um caminho para sistemas que se auto carregam.

Com essa revisão é possível verificar que a cada dia os pesquisadores tem se dedicado para otimizar os mecanismos piezelétricos, tornando-os cada vez mais eficientes e menores. Pode concluir também que são pesquisas muito recentes e que ainda há muitas opções de pesquisas a serem realizadas. O benefício da utilização desses mecanismos é incalculável e sua aplicação é a mais diversa possível, podendo ser empregado em sistemas biológicos ou até mesmo em construções civis.

Capítulo 3

3.1 Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão abordados conceitos para entendimento da geração de energia utilizando materiais piezelétricos. Para isso, será abordado o conceito de materiais inteligentes, piezeletricidade, geração de energia com materiais piezelétricos e as principais equações que governam esses materiais.

3.2 Materiais Inteligentes

Grande parte da comunidade científica tem realizado pesquisas sobre materiais inteligentes uma vez que há infinitas possibilidades de aplicações para os mesmos.

São considerados materiais inteligentes aqueles materiais que conseguem ter suas propriedades alteradas e revertidas ao estado original, através de um estímulo externo, que pode ser uma variação de temperatura, de umidade, de pH ou até mesmo pela aplicação de tensões mecânicas, campos elétricos, magnéticos, entre outros (**HARVEY, 2002**). Esses estímulos alteram as variáveis de estado que fazem parte de um domínio físico. Ou seja, materiais inteligentes são aqueles que produzem um efeito que possa ser aproveitado após a aplicação de um estímulo externo, sendo o oposto também válido.

Essa alteração de propriedade é definida como acoplamento e varia de acordo com os domínios físicos que são modificados, por exemplo, acoplamentos eletromecânicos, eletromagnético, magneto-mecânico, termomecânico, entre outros (Figura 5).

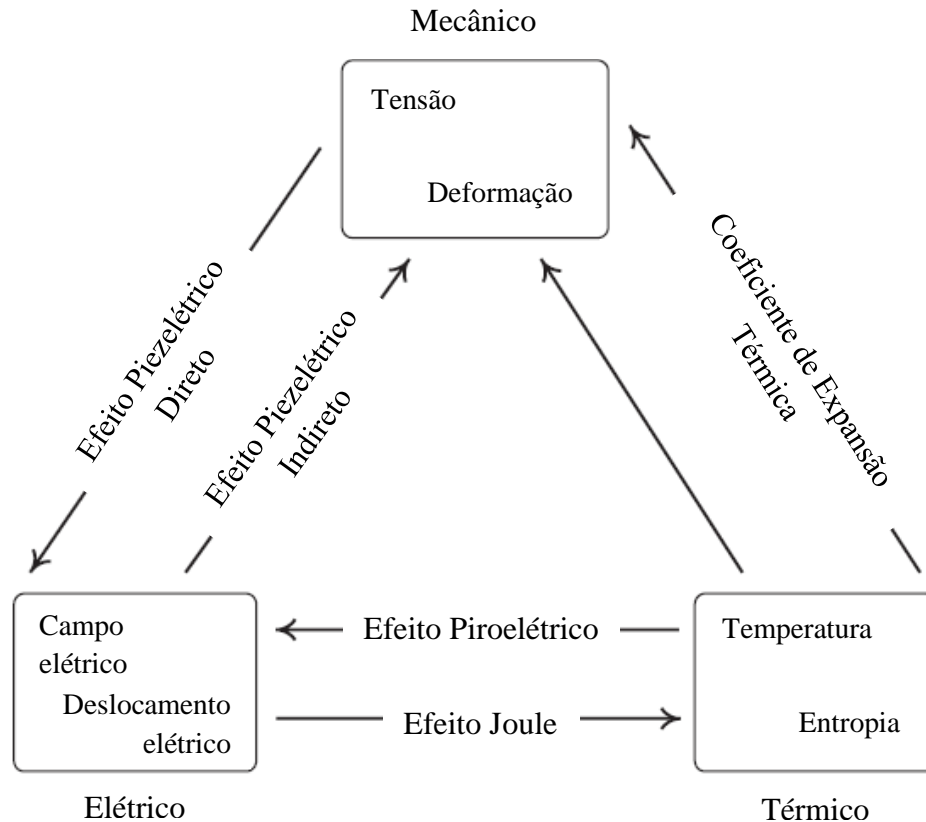


Figura 5: Tipos de acoplamento possíveis e os efeitos que os governam (LEO 2007)

3.3 Piezeletricidade

Embora pesquisas sobre a produção de cargas por manipulação mecânica datam do final do século 18, a piezeletricidade só foi descoberta em 1880 pelos irmãos Curie ao analisarem o efeito piezelétrico, que é descrito como a polarização da superfície do material devido à separação das cargas positivas e negativas em cada célula unitária quando são aplicadas tensões de tração e compressão (HARVEY, 2002). Para esse descobrimento, Pierre e Jaques Curie utilizaram o quartzo e o sal de Rochelle e demonstraram que a magnitude da carga gerada era proporcional à força aplicada. (HARVEY, 2002). Com isso, também foi possível prever as classes de cristais e condições sob as quais o efeito piezelétrico apareceria. (TRAINER, 2003)

Após essa descoberta dos irmãos Curie diversos autores pesquisaram materiais que possuíam esse efeito, definindo os princípios e as classes de cristais em que este efeito estaria

presente, além de desenvolver os modelos matemáticos que os governam, definindo os possíveis coeficientes piezelétricos macroscópicos.

Um dos materiais descobertos foi o PZT, uma cerâmica piezelétrica que se tornou largamente utilizadas devido à elevada piezeletricidade do material (TRAINER, 2003) e por oferecer a possibilidade de modificar o comportamento do material para aplicações específicas através do uso de dopantes (JORDAN e OUNAIES, 2001).

O principal fator que influencia na piezeletricidade é o fato de não possuir centro de simetria. Dos 32 grupos de ponto, 21 não apresentam simetria e 20 desses são piezelétricos, entretanto, alguns não possuem uma polarização espontânea por não serem ferroelétricos e necessitam passar por um processo de polarização para adquirirem a essa característica. O único que não é piezelétrico desses 21 possui combinação de outros elementos de simetria (ZHU e MENG, 2002).

O PZT é um desses materiais piezelétricos, eles apresentam uma estrutura simétrica do tipo perovskita (Figura 6), tetragonal distorcida, quando se encontram abaixo da temperatura de Curie. O fato de ser distorcida significa que o centro de simetria das cargas dos cátions não coincide com a dos ânions, gerando um dipolo elétrico. Esse dipolo faz com que a estrutura se deforme na existência de um campo elétrico e gere energia quando deformado, caracterizando o efeito piezelétrico.

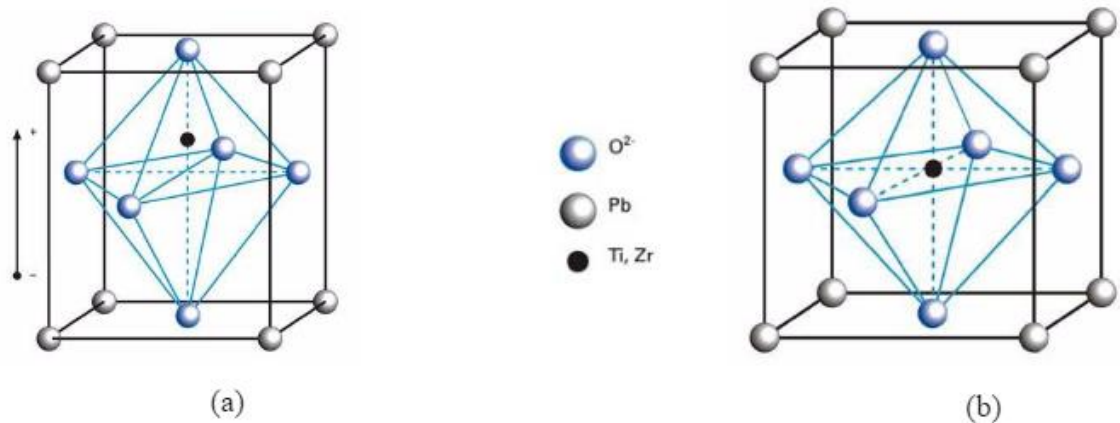


Figura 6: Estrutura atômica do PZT. (a) abaixo da temperatura de Curie; (b) Estrutura tetragonal. (LEO 2007)

Entretanto, essas deformações e a quantidade de energia gerada podem não ser significativas pelo fato de seus dipolos estarem dispostos de forma aleatória (Figura 7a). Desse modo, para obter resultados significativos deve-se orientar os dipolos para uma mesma direção, polarizando o material. Para polarizar o PZT devem-se aquece-lo a acima da temperatura de Curie, fazendo com que ele obtenha uma estrutura cúbica. Após esse aquecimento aplica-se um campo elétrico, fazendo com que as células unitárias se expandam na direção do mesmo (Figura 7b). Após esse procedimento o PZT passará a ser polarizado mesmo se for resfriado, uma vez que as suas células unitárias mantem parcialmente o alinhamento atingido na etapa anterior (Figura 7c).

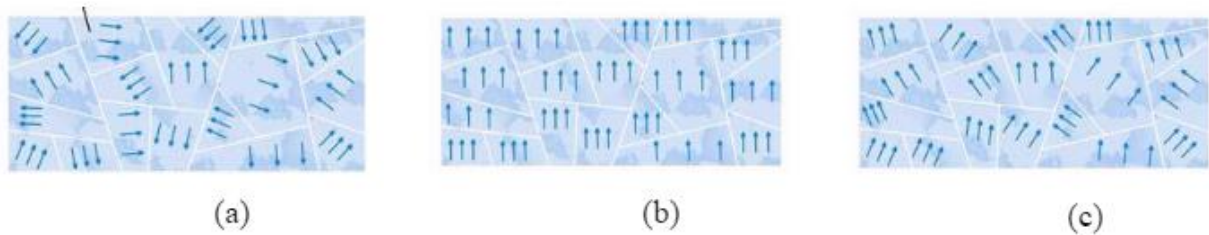


Figura 7: Disposição dos dipolos elétricos em um PZT. (a) sem polarização; (b) polarizado com a aplicação de um campo elétrico; (c) polarizado após a retirada de um campo elétrico (LEO 2007)

3.4 Geração de energia utilizando piezelétricos

A geração de energia piezelétrica se dá pelo método direto, ou seja, ao aplicar uma tensão no material piezelétrico polarizado uma corrente elétrica é gerada.

Por convenção foi definido que a polarização do material deve ser coincidente com o eixo 3 (direção Z) (Figura 8), uma vez que os efeitos são dependentes da direção pelo fato desses materiais serem transversalmente isotrópicos.

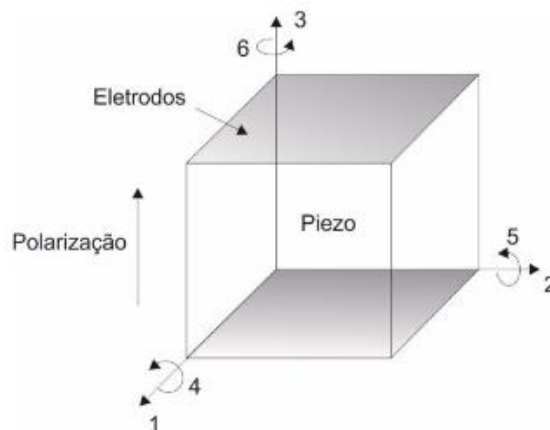


Figura 8: Convenção de eixos para materiais piezoeletricos (LEO 2007)

Como para gerar energia é necessário a aplicação de uma tensão, essa pode ser aplicada como tração ou flexão, no caso de tração, ela é aplicada no mesmo eixo da polarização, eixo 3 (direção z), já a flexão é aplicada no eixo 1, perpendicular ao eixo de polarização. Em ambos os casos a carga é coletada no eixo 3. Assim, as constantes piezoeletricas mais utilizadas são d_{31} e d_{33} (Figura 9).

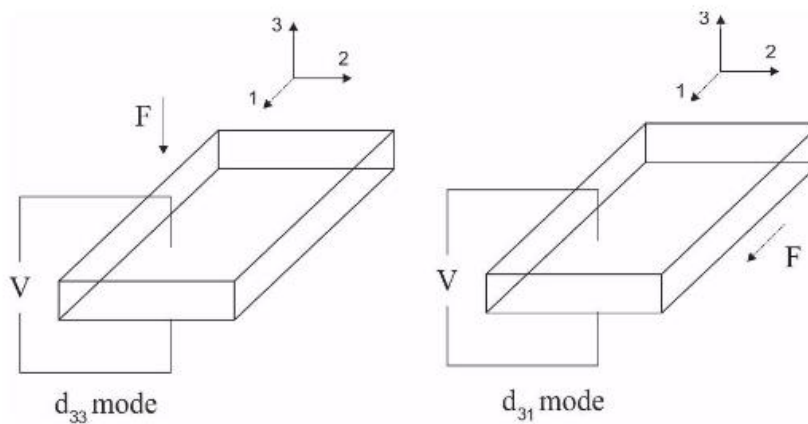


Figura 9: Modos de operação de um piezoeletrico (LEO 2007)

3.5 Equações Constitutivas

As equações constitutivas que governam a piezeletricidade em três dimensões são:

$$\varepsilon_i = s_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m \quad (\text{Efeito Inverso}) \quad (1)$$

$$D_i = d_{mi} \sigma_i + k_{mk}^\sigma E_{mk} \quad (\text{Efeito Direto}) \quad (2)$$

sendo σ_j a componente de tensão mecânica, ε_i a componente de deformação, E_{mk} a componente de campo elétrico, D_i a componente de vetor deslocamento elétrico. Já as variáveis s_{ij} , d_{mi} e k_{mk}^σ representam respectivamente as matrizes de conformidade elástica, de acoplamento piezelétrico e de permissividade, respectivamente.

Essas equações são descritas por equações mecânicas e eletromagnéticas combinadas, sendo possível a operação de modo direto ou inverso. Como dito anteriormente, é comum modelar modelos piezelétricos como vigas engastadas quando se trabalha com uma fina estrutura (Figura 10) piezelétrica e nesses casos as tensões nas direções 2 e 3 podem ser desprezadas, obtendo assim as equações (3) e (4) abaixo (**ERTURK e INMAN, 2011**):

$$\varepsilon = s^E \sigma + dE \quad (\text{Efeito Inverso}) \quad (3)$$

$$D = d\sigma + k^\sigma E \quad (\text{Efeito Direto}) \quad (4)$$

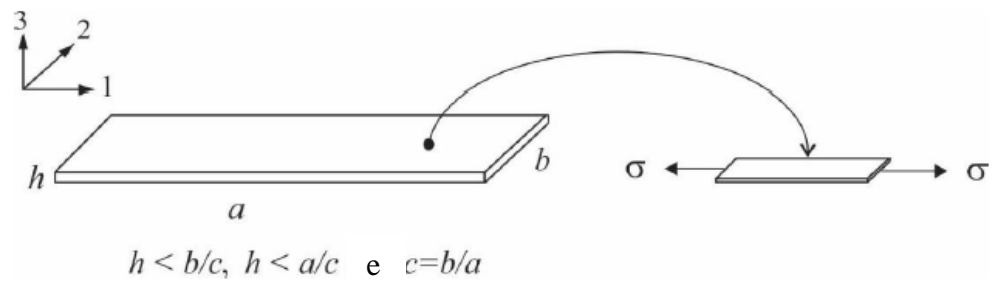


Figura 10: Consideração de chapas finas. (LEO 2007)

Capítulo 4

4.1 Metodologia

A metodologia utilizada nesse trabalho será tratada nesse capítulo abordando o modelo numérico que será utilizado.

4.2 Modelo Numérico

Para descrever a vibração do sistema piezelétrico será utilizado um modelo desenvolvido por **KIM et al. (2010)** (Figura 11). Este modelo consiste em um sistema mecânico (massa, mola, amortecedor), conectado a um circuito elétrico responsável pela conversão eletromecânica. O sistema mecânico é representado pela massa m , pela rigidez da mola k e pelo coeficiente de amortecimento viscoso b . Já o circuito elétrico é representado por R_i , resistência do circuito elétrico, C , capacitor, $\hat{\theta}$, acoplamento eletromecânico, V , tensão elétrica e i , corrente elétrica.

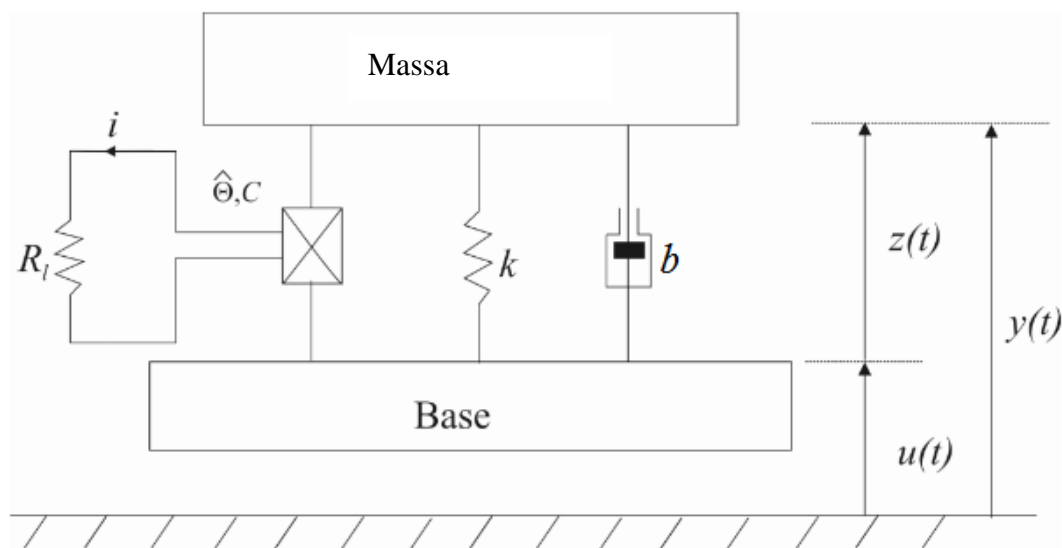


Figura 11: Modelo do sistema de captação de energia **KIM et al. (2010)**.

A base sofrerá uma oscilação $u(t)$ e o deslocamento transiente da massa em relação à base será $z(t)$, já o deslocamento da massa em relação à superfície será $y(t)$.

Com essas informações pode-se descrever as equações de movimento que governam o sistema eletromecânico:

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + kz - \hat{\Theta}V = -m\ddot{u} \quad (5)$$

$$\hat{\Theta}\dot{z} + C\dot{V} + \frac{1}{R_l}V = 0 \quad (6)$$

sendo, $(\dot{\blacksquare}) \equiv d(\blacksquare)/dt$.

As não linearidades do sistema podem estar presentes em várias variáveis, como em k , b e $\hat{\Theta}$. Boa parte dos modelos numéricos prevê estas variáveis como constantes, o que torna resulta em inconsistências quando comparados com resultados experimentais. Os materiais piezelétricos são altamente não lineares, principalmente quando se trata do acoplamento eletromecânico $\hat{\Theta}$. **CRAWLEY e ANDERSON (1990)** fizeram diversas análises comparando modelos teóricos lineares com modelos experimentais e concluíram a importância das não linearidades para aproximar os dois modelos. Eles mostraram que a deformação não é diretamente proporcional ao campo elétrico aplicado (Figura 12). A constante piezelétrica d_{31}^* , que é diretamente proporcional ao acoplamento eletromecânico $\hat{\Theta}$, é definida como a deformação do atuador piezelétrico dividida pelo valor do campo elétrico aplicado, (Figura 13). É possível ver que a constante piezelétrica não é uma constante para diferentes valores de deformação. Em modelos lineares (LM) assumisse valores constantes. Neste trabalho iremos assumir que o acoplamento eletromecânico $\hat{\Theta}$ é função de z , através da seguinte equação

$$\hat{\Theta}(z) = \eta(1 + \alpha z^2) \quad (7)$$

sendo, η e α coeficientes piezelétricos linear e não linear, respectivamente. Para representar um modelo linear, temos $\alpha = 0$.

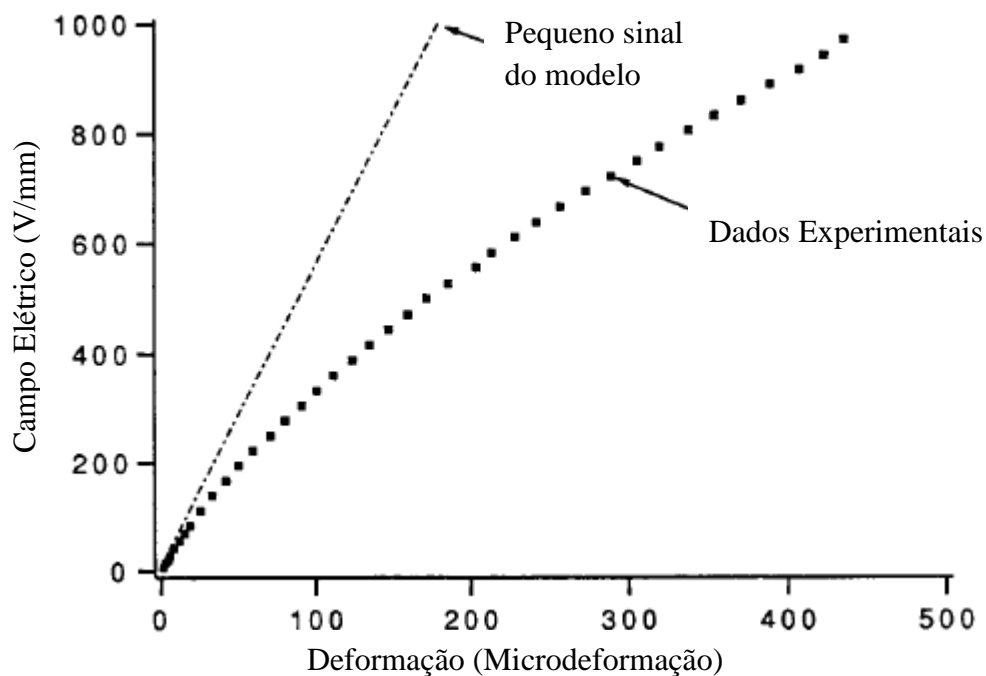


Figura 12: Campo elétrico pela deformação **CRAWLEY e ANDERSON (1990)**.

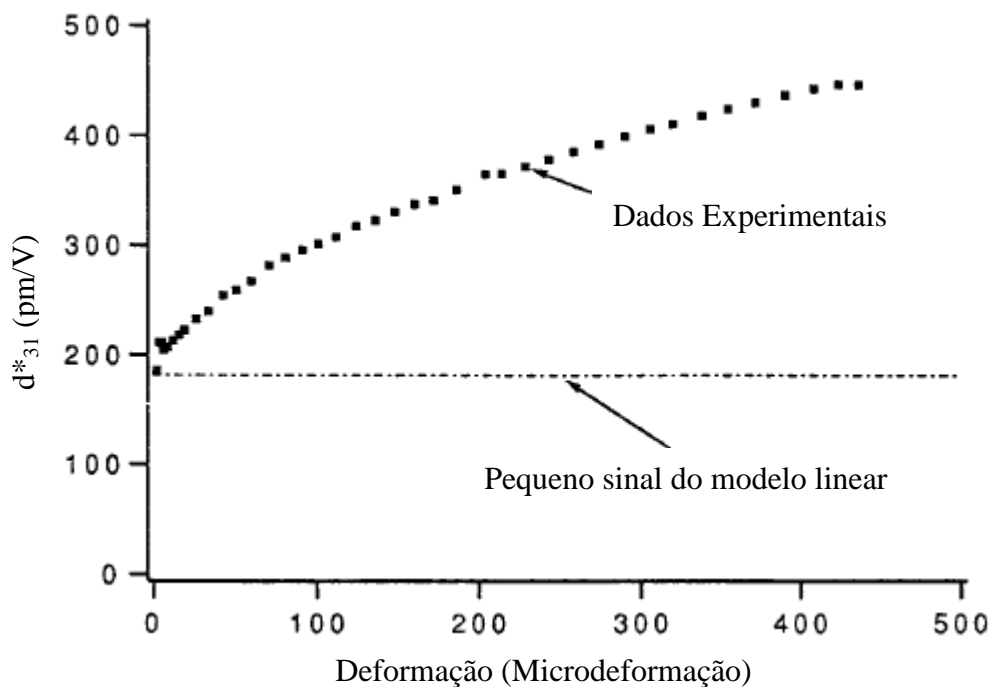


Figura 13: Constante d^*_{31} pela deformação **CRAWLEY e ANDERSON (1990)**.

É possível agora descrever a equação de movimento do modelo piezelétrico, como:

$$m\ddot{z} + b\dot{z} + kz - \eta(1 + \alpha z^2)V = -m\ddot{u} \quad (8)$$

$$\eta(1 + \alpha z^2)\dot{z} + C\dot{V} + \frac{1}{R_l}V = 0 \quad (9)$$

Estas equações foram resolvidas numericamente utilizando o método de integração numérica Runge-Kutta de 4ª ordem através de um código implementado em Fortran. A potência elétrica instantânea pode ser obtida usando a relação $P = V^2/R_l$. Após a implementação do modelo numérico, levando em consideração os efeitos não lineares dos materiais piezelétricos, foram realizadas correlações numérico-experimentais utilizando resultados experimentais encontrados por **KIM et al. (2010)**. Os dados que foram obtidos por Kim utilizaram um atuador de bronze reforçado, consistindo de uma viga de substrato de bronze entre duas camadas piezelétricas de (PZT-5A) com frequência de ressonância de 109,5 Hz sem nenhuma massa adicional na ponta da viga.

Inicialmente, fez-se a correlação numérico-experimental utilizando o modelo linear ($\alpha = 0$). Os parâmetros que foram utilizados por **Kim et al. (2010)** são: $m = 0,00878 \text{ kg}$, $b = 25,0 \text{ Nsm}^{-1}$, $k = 4150 \text{ Nm}^{-1}$, $\eta = -0,004688 \text{ NV}^{-1}$, $C = 4,1494 \times 10^{-8} \text{ F}$ e a aceleração da base (\ddot{u}) de $2,5 \text{ m/s}^2$.

Em seguida, utilizando um método não linear de mínimos quadrados buscou-se o valor de α de modo a melhorar a correção numérico-experimental. O valor encontrado foi $\alpha = -2,36 \times 10^8 \text{ m}^{-2}$.

Assim, os resultados obtidos utilizando os modelos linear e não linear foram comparados com os resultados experimentais. A comparação foi realizada através de deslocamento, tensão elétrica e potência elétrica em função da resistência elétrica para diferentes valores de frequência. Em seguida, fez-se um estudo paramétrico para se entender o efeito do acoplamento eletromecânico não linear na dinâmica do sistema de geração de energia. As equações (8) e (9) foram adimensionalizadas para poder compreender de forma mais detalhada a dinâmica não linear dos sistemas piezelétricos.

Para realizar a adimensionalização das equações (8) e (9) foram consideradas novas coordenadas $x = z/l$ e $s = u/l$. Além disso, foi assumido que $V = c_v v$ sendo c_v uma constante com dimensão inversa à tensão elétrica, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ é a frequência e a amplitude da excitação

harmônica é dada por $-B_f \ddot{u} = A \sin(\omega t)$. Consideramos também $\bar{k} = k/m\omega_0^2$, $2\epsilon\zeta = b/m\omega_0$, $\epsilon = c_v^2 C/k l^2$, $\phi = (l/C c_v)\hat{\Theta}$, $\rho = R_l C \omega_0$, $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$, $\theta = (l/C c_v)\eta$, $\beta_2 = l^2 \alpha_2$ e $\delta = \frac{A}{m l \omega_0^2}$.

Tabela 1: Relação de adimensionalização

x	z/l
s	u/l
V	$c_v v$
ω_0	$\sqrt{k/m}$
$-B_f \ddot{u}$	$A \sin(\omega t)$
\bar{k}	$k/m\omega_0^2$
$2\epsilon\zeta$	$b/m\omega_0$,
ϵ	$c_v^2 C/k l^2$
ϕ	$(l/C c_v)\hat{\Theta}$,
ρ	$R_l C \omega_0$
$\bar{\omega}$	ω/ω_0
θ	$(l/C c_v)\eta$
β_2	$l^2 \alpha_2$
δ	$\frac{A}{m l \omega_0^2}$

Após realizar essas considerações é possível reescrever as equações que governam os sistemas piezelétricos como:

$$x'' + 2\epsilon\zeta x' + \bar{k}x - \epsilon\phi v = \delta \sin(\bar{\omega}\tau)$$

$$\phi x' + v' + v/\rho = 0$$

sendo, $(\blacksquare)' \equiv d(\blacksquare)/d\tau$, e $\tau = \omega_0 t$ sendo a adimensionalização do tempo. A adimensionalização do acoplamento piezoeletrico pode ser representada pela equação:

$$\phi = \theta(1 + \beta_2 x^2)$$

Em seguida a esse procedimento, foram feitas diversas simulações em que os parâmetros considerados para os cálculos foram: $\delta = 0,1$, $\zeta = 0,25$, $\epsilon = 0,1$ e $\theta = -1,0$.

Tabela 2: Valores dos coeficientes adimensionais utilizados.

δ	0,1
ζ	0,25
ϵ	0,1
θ	-1,0

Como sistemas dinâmicos possuem uma grande dependência do acoplamento piezoeletrico (β_2) não linear e da carga elétrica, ρ , foi determinado que esses parâmetros fossem variáveis durante as análises.

Após a realizada a adimensionalização, as novas equações de movimento foram introduzidas no código em Fortran para simular e verificar o comportamento do sistema piezoeletrico (potência, deslocamento, tensão elétrica e velocidade) em função da frequência angular. Varreduras em frequência ascendente (*up-sweep*) e descendente (*down-sweep*) foram realizadas para mostrar comportamentos dinâmicos diferentes quando o sistema é não linear, evidenciando o aparecimento de saltos dinâmicos. Com esse método também foi elaborado o diagrama de fase-espaco para os pontos principais dos gráficos gerados, podendo assim compreender de forma mais clara as consequências das não linearidades nesses sistemas.

Capítulo 5

5.1 Validação Numérico Experimental

A Figura 14 mostra a comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por **KIM (2009)** do deslocamento em função da resistência elétrica em diferentes frequências (a) 95 Hz, (b) 109.5 Hz (frequência de ressonância), (c) 135 Hz e (d) 160 Hz. Na frequência de ressonância (Figura 14b) o modelo linear apresenta grande discrepância em relação aos resultados experimentais, este efeito diminui consideravelmente ao se utilizar o modelo não linear desenvolvido nesta pesquisa. Para pequenos valores de deslocamento, ambos modelos apresentam resultados similares, já para grandes valores de deslocamento (frequência de ressonância) o modelo não linear apresenta resultados melhores, comprovando a dependência do acoplamento eletromecânico em função do deslocamento.

A Figuras 15 e 16 mostram os resultados da tensão elétrica e da potência elétrica em função da resistência elétrica, respectivamente. Para ambas as figuras as frequências analisadas foram: (a) 95 Hz, (b) 109.5 Hz (frequência de ressonância), (c) 135 Hz e (d) 160 Hz. Em particular na Figura 16(b), o pico de potência experimental medido a $10\text{k}\Omega$ possui a maior discrepância em relação ao modelo linear (LM), em torno de 41.4%. Ao usar o modelo não linear (NLM) a diferença cai para 24%.

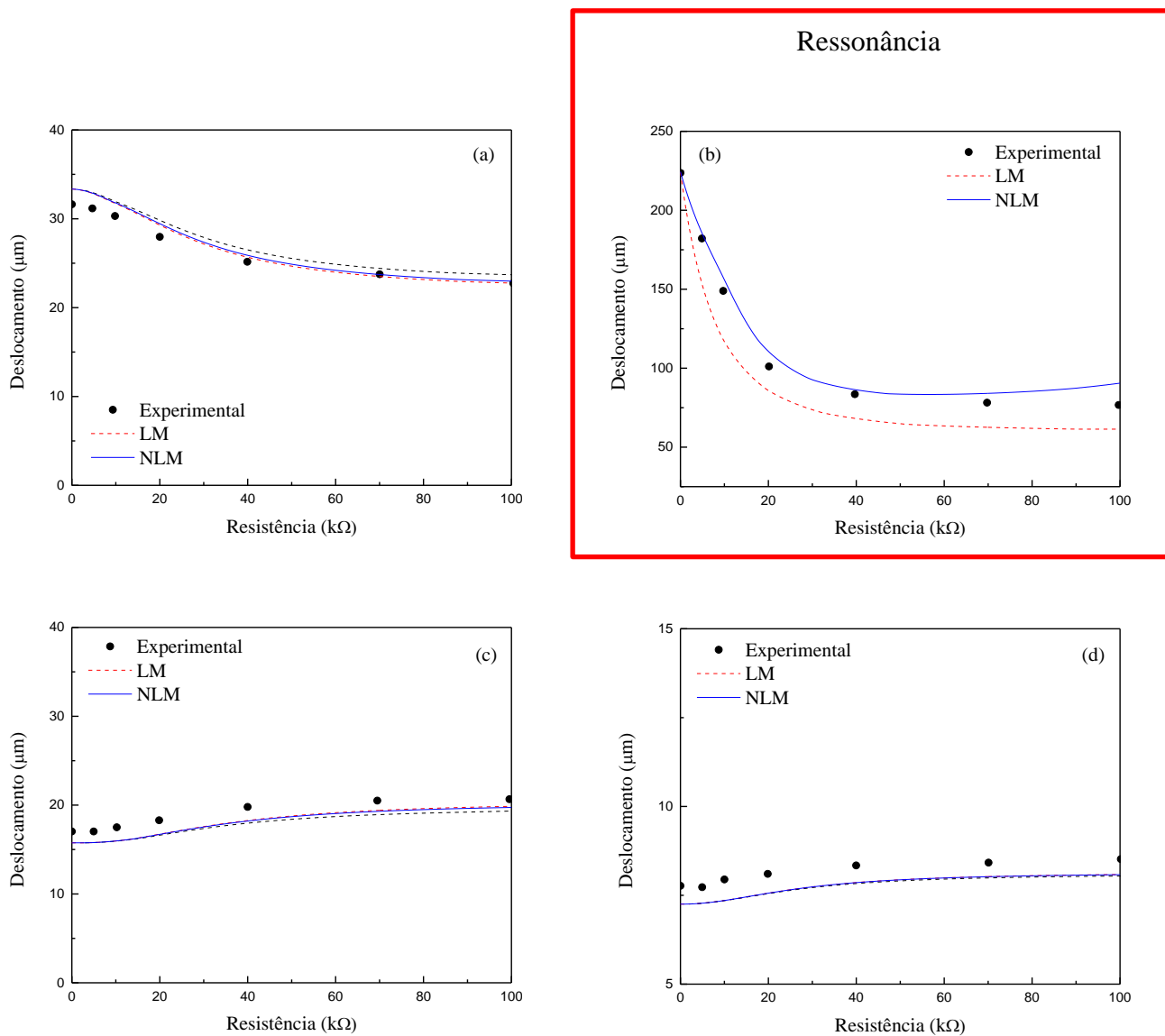


Figura 14: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) do deslocamento em função da resistência elétrica em diferentes frequências (a) 95 Hz, (b) 109.5 Hz (frequência de ressonância), (c) 135 Hz e (d) 160 Hz.

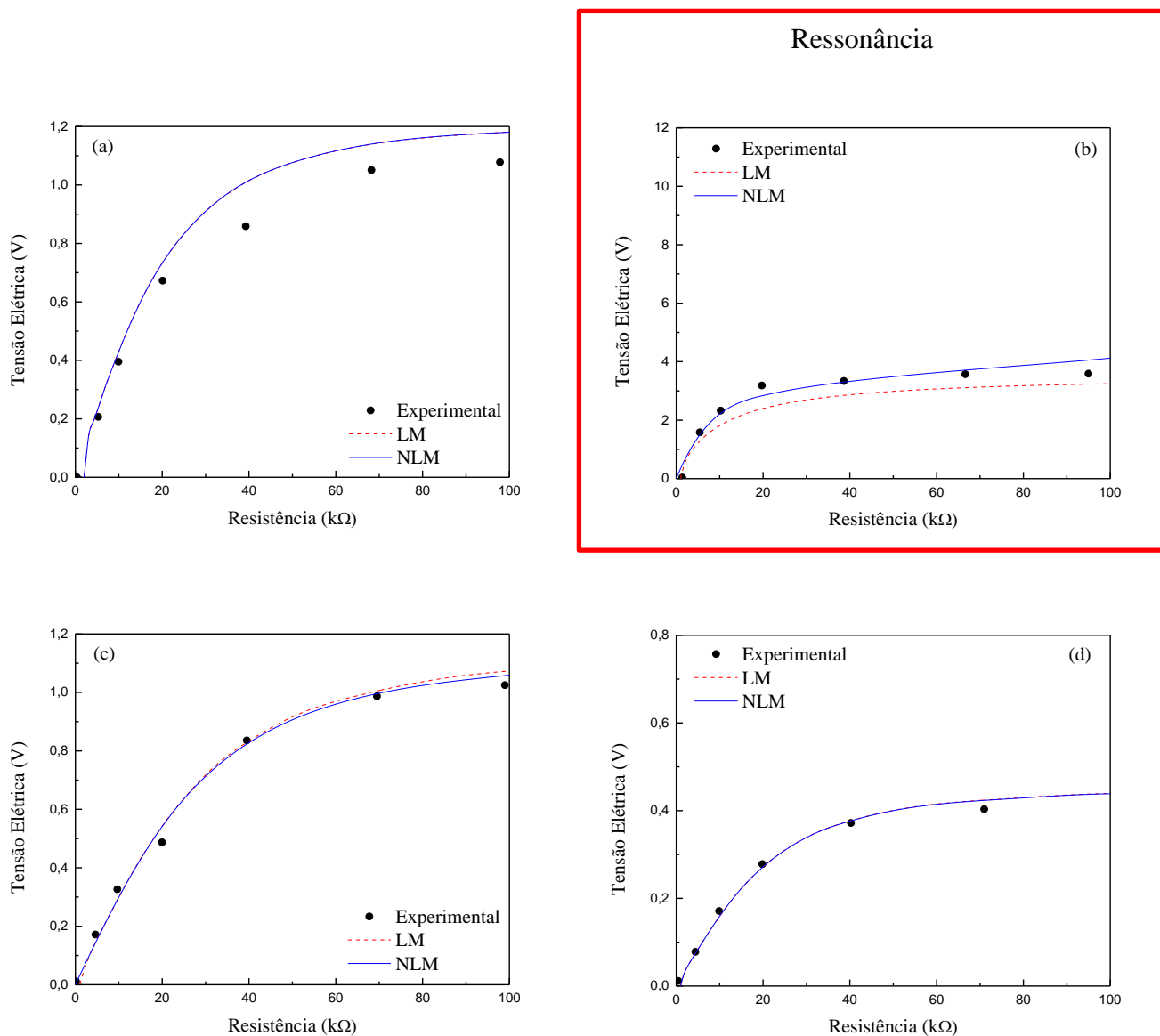


Figura 15: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) da tensão elétrica em função da resistência elétrica em diferentes frequências (a) 95 Hz, (b) 109.5 Hz (frequência de ressonância), (c) 135 Hz e (d) 160 Hz

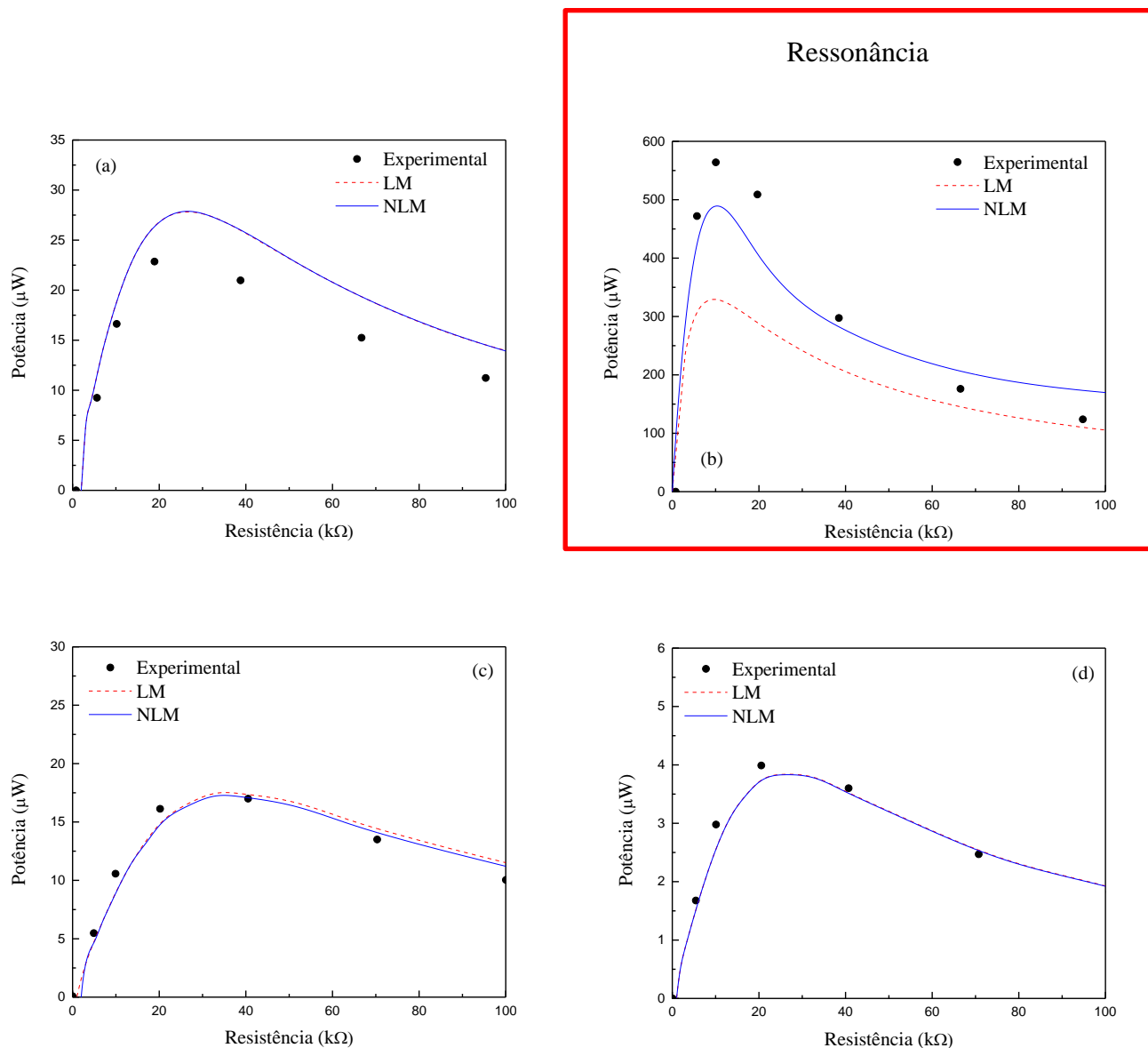


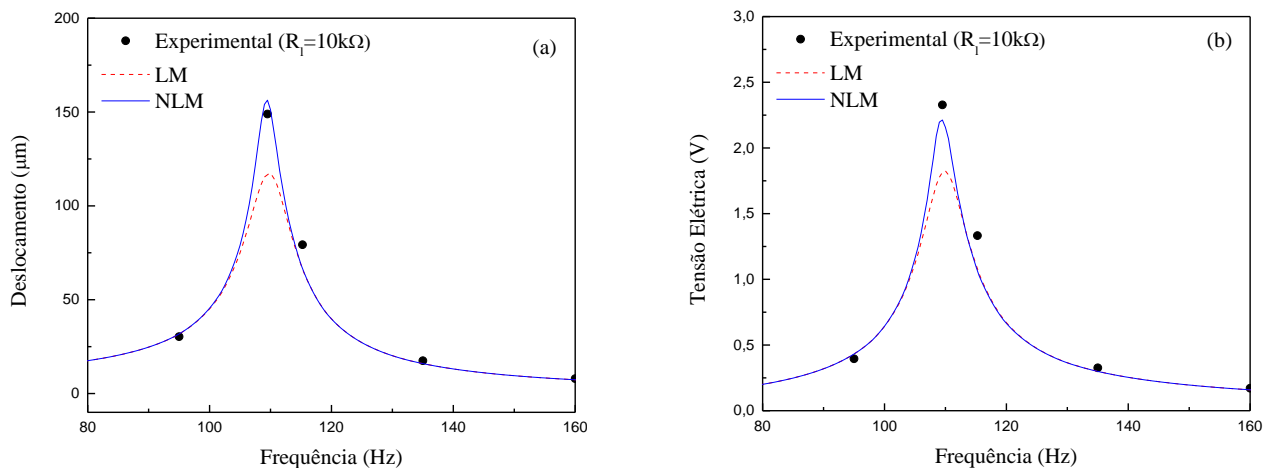
Figura 16: Comparação entre modelo linear (LM), modelo não linear (NLM) e resultados experimentais obtidos por Kim (2009) da potência elétrica em função da resistência elétrica em diferentes frequências (a) 95 Hz, (b) 109.5 Hz (frequência de ressonância), (c) 135 Hz e (d) 160 Hz.

Analisando esses resultados é possível notar que quando a frequência de operação for igual à frequência de ressonância, o comportamento não linear constitutivo tem grande influência

no desempenho do material, já que no regime de grandes deformações, as não linearidades se tornam mais importantes.

Após essas análises, foram selecionados valores específicos de resistências elétricas ($R=10\text{k}\Omega$, $R=40\text{k}\Omega$ e $R=100\text{k}\Omega$) para evidenciar os resultados em função da frequência. A Figura 17 mostra os resultados de deslocamento (a), tensão elétrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência elétrica de $10\text{k}\Omega$. As Figuras 19 e 20 mostram os mesmos resultados para as resistências elétricas de $40\text{k}\Omega$ e $100\text{k}\Omega$, respectivamente. Em todas as análises é possível verificar claramente que a correlação numérico-experimental utilizando o modelo não linear apresenta respostas melhores que o modelo linear na ressonância ($109,5\text{ Hz}$), porém quando a resistência elétrica começa a aumentar estes resultados não ficam tão evidentes, uma vez que o efeito da resistência elétrica se torna predominante.

Como a maioria dos sistemas de geração de energia utilizando piezelétricos são construídos para operar na ressonância, o uso de modelos não lineares é apropriado para o estudo destes sistemas, uma vez que, os desvios em relação aos resultados experimentais são menores.



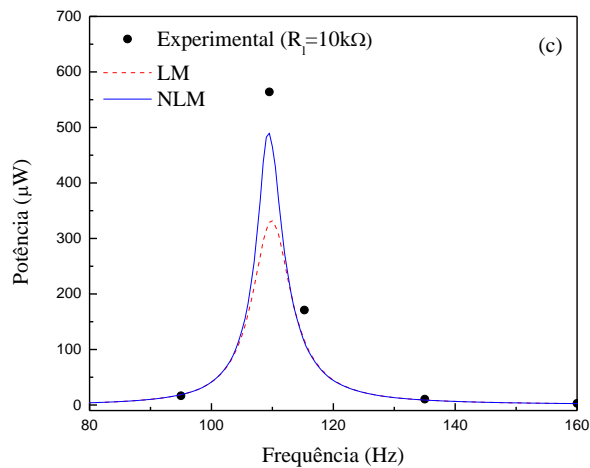
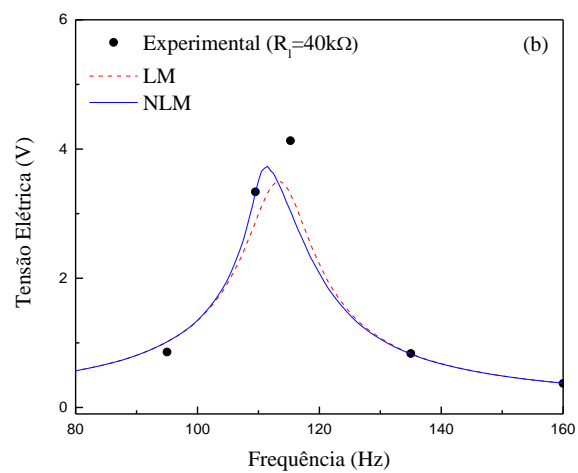
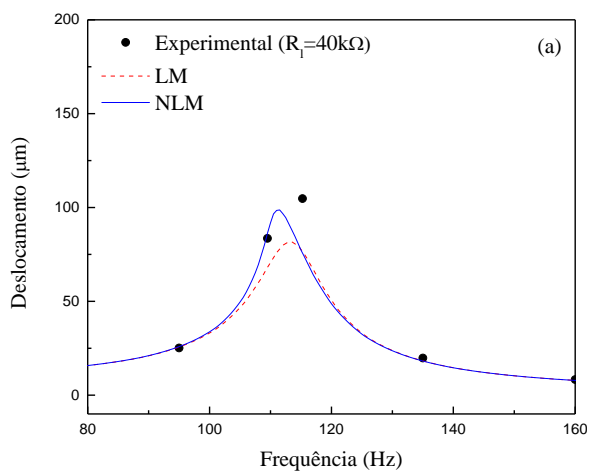


Figura 17: Deslocamento (a), tensão elétrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência elétrica de 10kΩ.



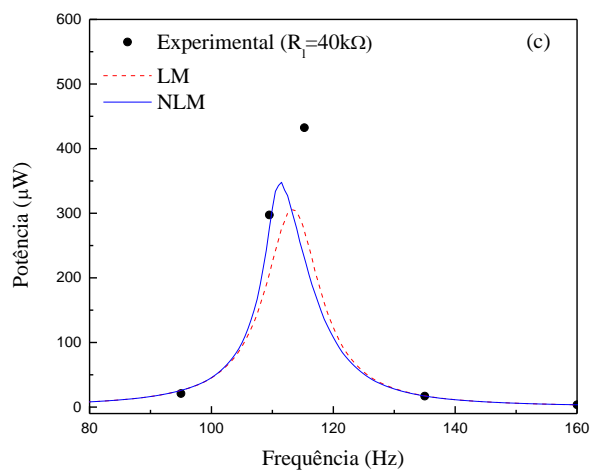
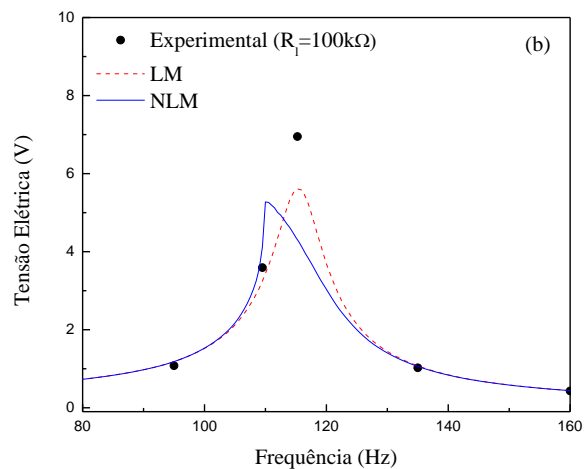
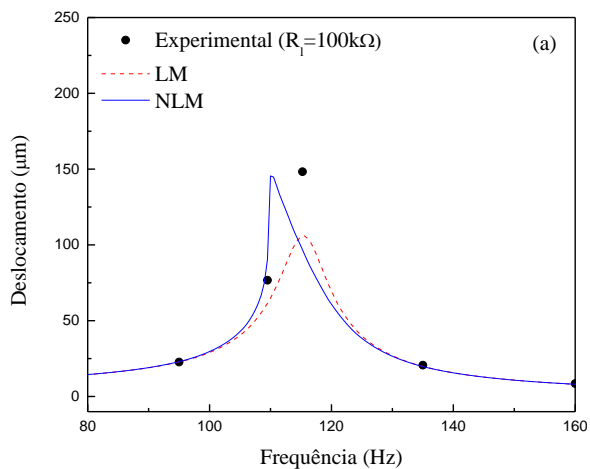


Figura 18: Deslocamento (a), tensão elétrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência elétrica de $40\text{k}\Omega$.



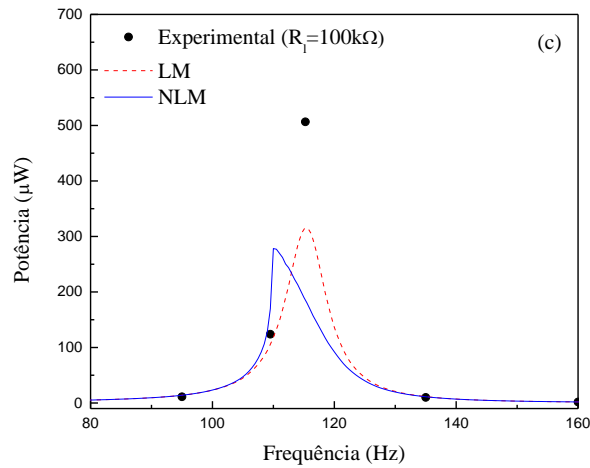


Figura 19: Deslocamento (a), tensão elétrica (b) e potência (c) em função da frequência para a resistência elétrica de $100\text{k}\Omega$.

5.2 Estudo Paramétrico

Foram realizadas diversas análises após realizar a adimensionalização. A Figura 20 abaixo realiza uma comparação entre os acoplamentos piezelétricos não lineares (β_2) que possuem diferentes valores para diversos valores de resistência elétrica adimensional (ρ). Também está presente nos gráficos da Figura 20 o modelo linear, sendo representado por ($\beta_2=0$). Desse modo é possível observar que a resistência elétrica possui grande influencia no acoplamento piezelétrico. Ao variar o acoplamento piezelétrico, o deslocamento sofrerá variações e mais visível é o salto dinâmico apresentado, além disso, os máximos são fortemente deslocados na frequência. Esse salto dinâmico é associado a descontinuidades das curvas e são causados pelo aumento do valor do acoplamento piezelétrico não linear e serão explicados de forma mais detalhada na Figura 21.

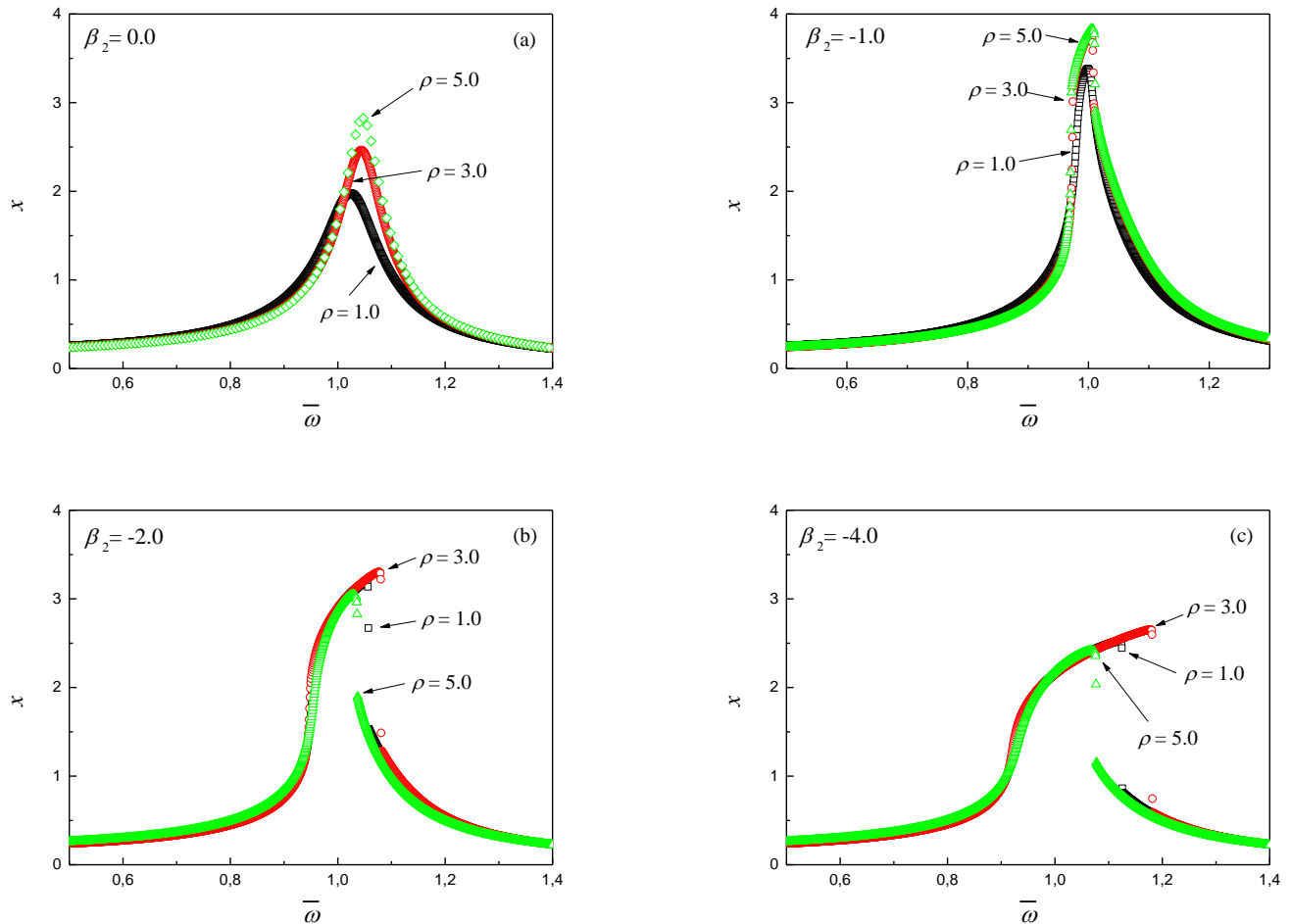
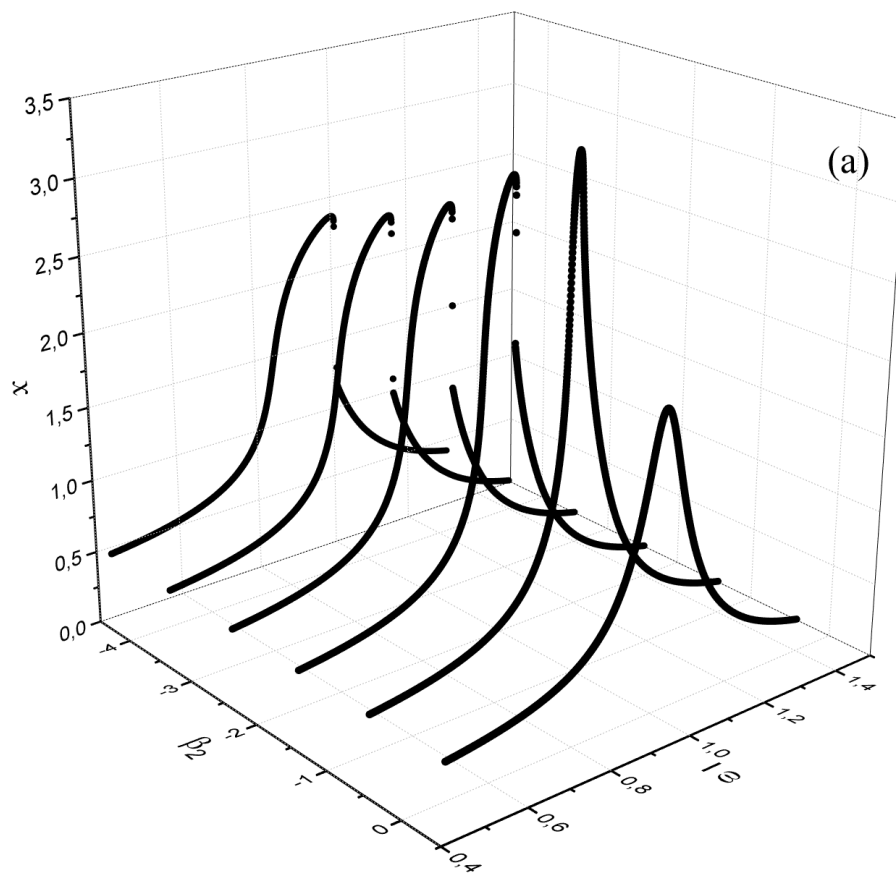


Figura 20: Máxima deformação induzida versus Frequência para diferentes valores de ρ para (a) $\beta_2=0,0$; (b) $\beta_2=-1,0$; (c) $\beta_2=-2,0$; (d) $\beta_2=-4,0$.

Para uma melhor explicação foi elaborada a Figura 21 na qual a resistência elétrica adimensional foi mantida constante ($\rho=1$) e os gráficos deslocamento versus acoplamento piezométrico versus frequência foram gerados para diferentes valores do acoplamento piezométrico não linear, tanto para frequência angular crescente (*up-sweep*) (a) quanto para frequência angular decrescente (*down-sweep*) (b). Assim, é possível perceber que à medida que o acoplamento piezométrico se maior em módulo menor será o deslocamento sofrido e haverá o aparecimento de saltos dinâmicos, fazendo com que o pico de geração de potência seja ampliado, gerando potência em uma maior faixa de frequência.

É possível perceber também que os comportamentos do sistema com varredura em frequência crescente e decrescente são diferentes, evidenciando o comportamento não linear do sistema.



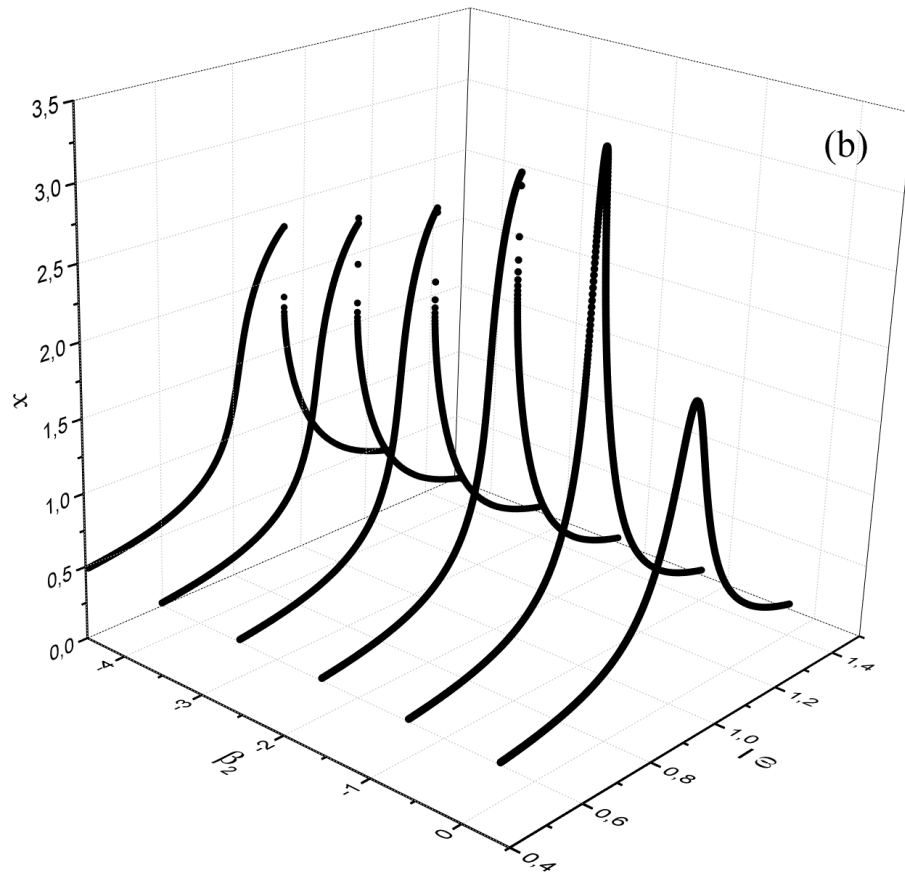
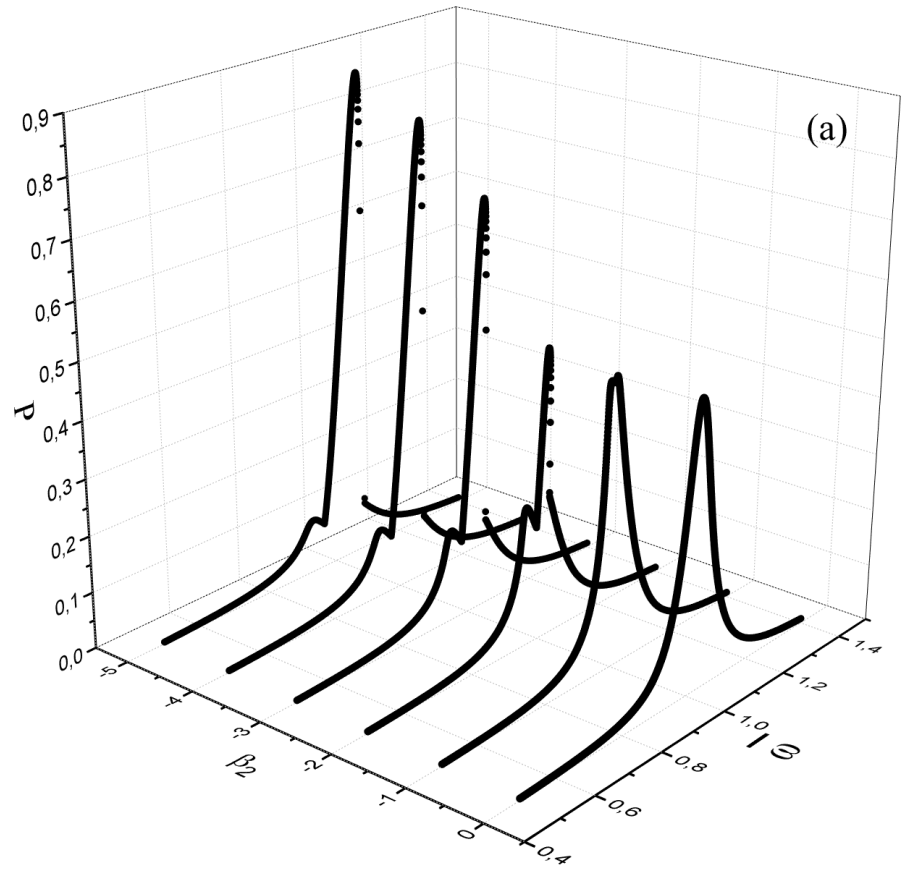


Figura 21: Máximas curvas de Deslocamento x Freqüência com $\rho=1$ para diferentes valores de β_2 para o modelo linear (LM) $\beta_2=0,0$ e modelos não lineares $\beta_2 \neq 0$: (a) crescente (*up-sweep*) e (b) decrescente (*down-sweep*).

Realizando uma análise similar a realizada na Figura 21, porém agora utilizando os gráficos potência versus acoplamento piezoeétrico versus frequência, Figura 22, observa-se que quanto menor o valor do acoplamento piezoeétrico os saltos aparecerão e maior será a potência apresentada pelo mecanismo, além de também possuir comportamento varredura em frequência angular crescente (*up-sweep*) (a) quanto para frequência angular decrescente (*down-sweep*) (b).



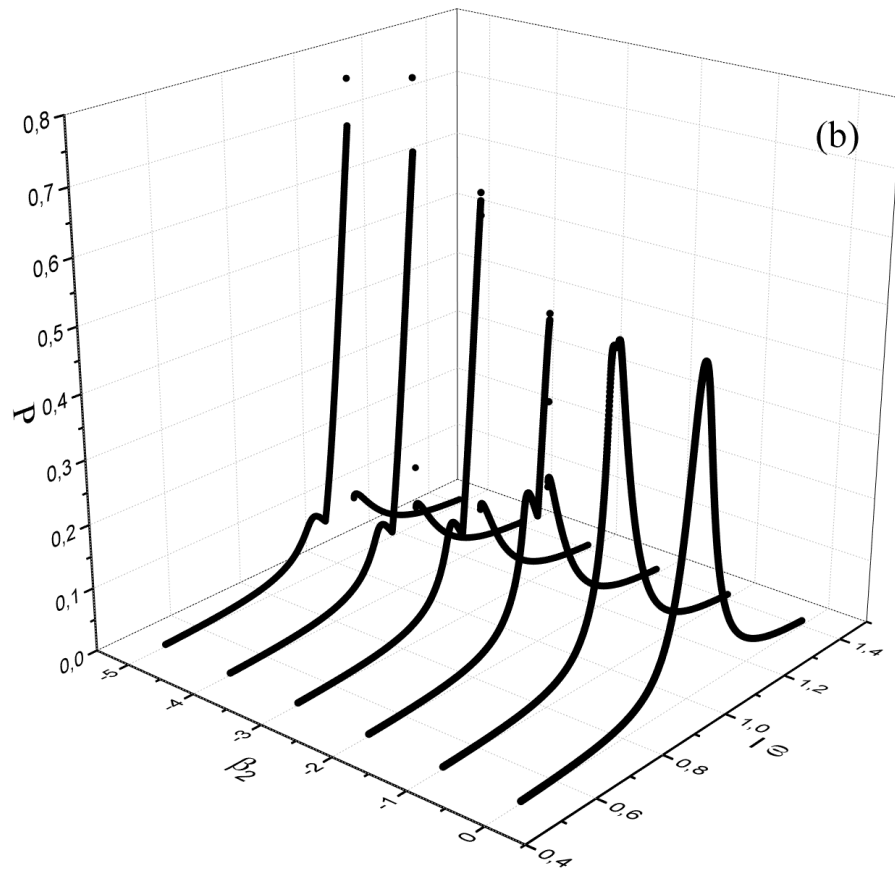


Figura 22: Máximas curvas de Potência x Frequência com $\rho=1$ para diferentes valores de β_2 para o modelo linear para o modelo linear (LM) $\beta_2=0,0$ e modelos não lineares $\beta_2 \neq 0$ (a) Crescente (*up-sweep*) e (b) Decrescente (*down-sweep*)

De forma mais clara, foi elaborada a Figura 23 na qual são apresentados os gráficos de deformação (a) e potência (b) utilizando varredura em frequência angular crescente (*up-sweep*) e frequência angular decrescente (*down-sweep*) simultaneamente, ficando claro assim a diferença do seu comportamento. Nessa mesma Figura são apresentados também os diagramas de espaço de fase para os pontos em destaque (círculos vermelhos) mostrando o comportamento periódico do sistema, sendo possível observar que quanto mais próximo da frequência de ressonância maior é a vibração do sistema Figura 23(a). Da Figura 23(b) é possível ver que para varreduras crescentes na frequência o sistema é mais eficiente do que com varredura decrescente.

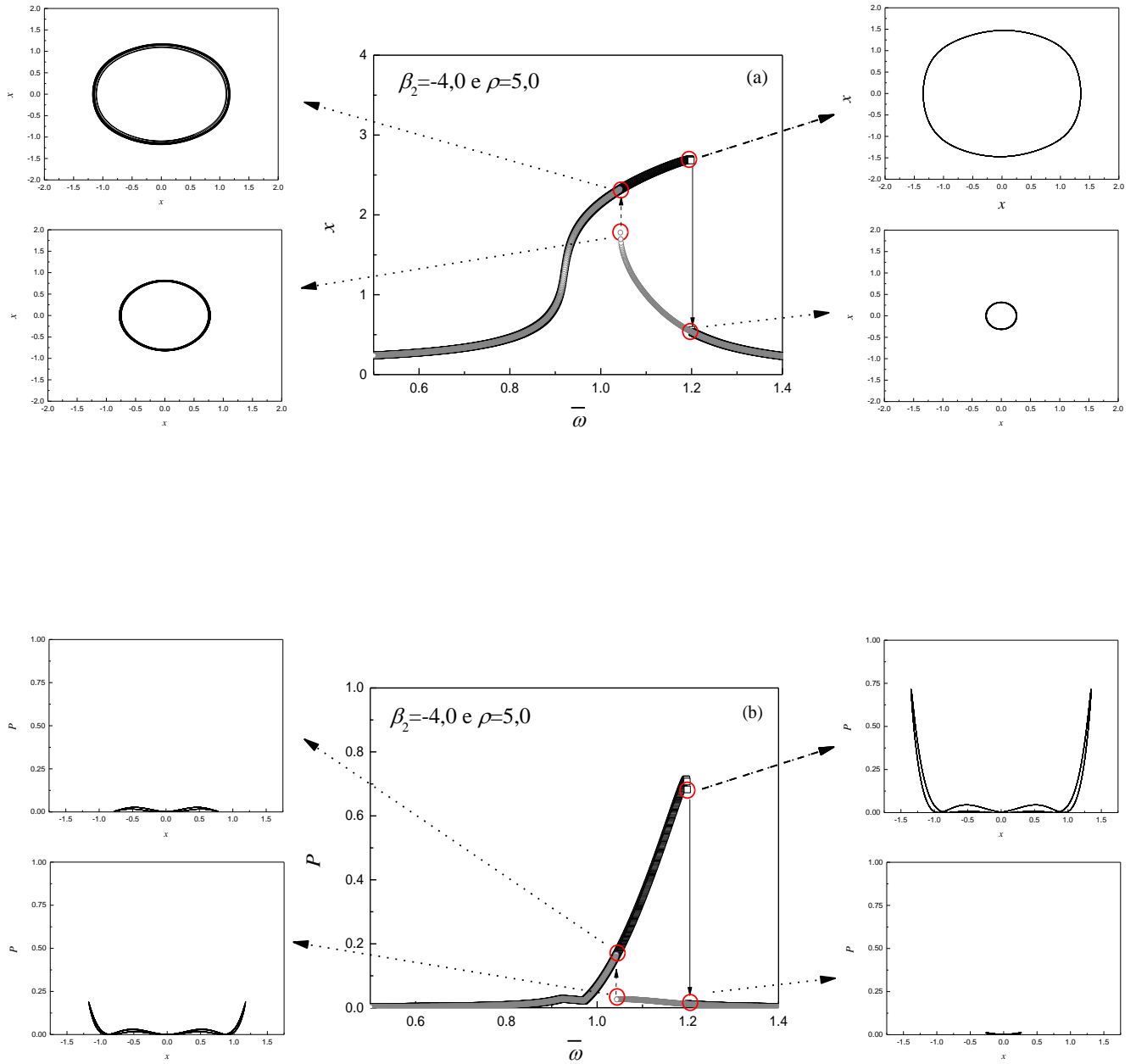


Figura 23: Saltos Dinâmicos: (a) Valores máximos de deformação (b) Valores máximos de potência em função da frequência para varreduras crescentes (*up-sweep*) e decrescentes (*down-sweep*).

Capítulo 6

6.1 Conclusão

O presente trabalho teve como objetivo analisar os efeitos das não linearidades constitutivas nos sistemas piezelétricos, em especial a não linearidade do acoplamento piezelétrico, que foi modelado com uma dependência quadrática com o deslocamento, comparando-a com aproximações lineares e experimentais obtidas por outros autores.

Ao comparar o modelo não linear analisado nesse projeto com sistemas lineares, conclui-se que são mais eficientes para maioria das configurações, atingindo uma maior faixa de potência como visto na Figura 23 (a) e conseqüentemente gerando mais energia para faixas de frequência, principalmente nas frequências de ressonância. Além disso, foi verificado como alguns parâmetros que governam os sistemas piezelétricos afetam os resultados não lineares, por exemplo, o coeficiente de acoplamento piezelétrico, que quanto maior em módulo produz a maior potência, aproximadamente 35% em relação ao modelo linear. Portanto, materiais piezelétricos produzidos com efeitos não lineares maiores podem ser uma alternativa interessante para o desenvolvimento de sistemas de geração de energia mais eficientes, pois podem contar com comportamentos dinâmicos complexos.

Como proposta para trabalhos futuros, é importante realizar uma maior quantidade de análises numéricas alterando alguns parâmetros como, por exemplo, o forçamento a fim de encontrar situações de caos e analisar os resultados gerados nessa situação. Pode também estudar a importância e influência de outras não linearidades nesses sistemas, como a introdução de uma não linearidade na rigidez e no amortecimento, uma vez que as não linearidades são pouco estudadas e em alguns casos podem gerar diferenças significativas de geração de energia. Além disso, a realização de testes experimentais com materiais piezelétricos pode fornecer informações significativas da dinâmica não linear dos sistemas de geração de energia, visando o desenvolvimento de futuros protótipos.

Referências Bibliográficas

AMIRTHARAJAH, R. and CHANDRAKASAN, A.P, *Self-Powered Signal Processing Using Vibration Based Power Generation*, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 33, No. 5, pp 687-695, 1998.

ANTON, S.R.; SODANO, H.A. *A review of Power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006)*, Smart Materials and Structures, v.16, p.R1-R21, 2007.

CELLULAR, A. C.; SILVA, L. L. Da; SAVI, M. A.. *An investigation of nonlinear mechanical and constitutive effects on vibration-based energy harvesting system*. Rio de janeiro, p. 1-28, mar. 2015.

CRAWLEY, E. F. and ANDERSON, E. H., *Detailed models of piezoceramic actuation of beams*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1, pp. 4-25. 1990.

DAQAQ, M. F.; STABLER, C.; QAROUSH, Y.; SEUACIUC-OSÓRIO, T. *Investigation of Power Harvesting via Parametric Excitations*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v. 20, p. 545 -557, 2009.

DAQAQ, M. F. et al. *On the role of nonlinearities in vibratory energy harvesting: a critical review and discussion*. Applied mechanics reviews, v. 66, n. 040801, p. 1-23, jul. 2014.

De PAULA, A. S.; INMAN, D. J.; SAVI, M. A. *Energy harvesting in a nonlinear piezomagnetoelastic beam subjected to random excitation*. Mechanical systems and signal processing, v. 54, p. 405-416, ago. 2014.

DIAS, J. A. C.; DE MARQUI, C.; ERTURK, A. *Hybrid piezoelectric-inductive flow energy harvesting and dimensionless electroaeroelastic analysis for scaling*, Applied Physics Letters, v.102, p. 044101, 2013.

DU TOIT, N.E. *Modeling and design of a MEMS piezoelectric vibration energy harvester*, Master of Science in Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology, 2005.

DU TOIT, N.E.; WARDLE, B.L.; KIM, S. *Design Considerations for MEMS-Scale Piezoelectric Mechanical Vibration Energy Harvesters*, *Integrated Ferroelectrics*, v.71, p.121–160, 2005.

ERTURK, A.; INMAN, D.J. *Issues in Mathematical Modeling of Piezoelectric Energy Harvesters*, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 6, Paper No. 065016, 2008 a.

ERTURK, A.; INMAN, D.J. *A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters*. *Journal of Vibration and Acoustics* 130: 1–15. 2008 b.

ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D.J. *A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting*, *Applied Physics Letters*, v.94, 254102, 2009.

ERTURK, A.; INMAN, D.J. *Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling*, *Journal of Sound and Vibration*, v.330, p.2339–2353, 2011.

GONZALEZ J.L, RUBIO A., MOLL F., *Human powered piezoelectric batteries to supply power to wearable electronic devices*. *Int J Soc Mater Eng for Resource*, v.10, p. 34-40.,2002

HARVEY, J. A. *Smart Materials*. In: Kutz, M. *Handbook of Materials Selection*, Ed. John Wiley & Sons, E.U.A, 2002.

HAUSLER, E. and STEIN, E., *Implantable Physiological Power Supply with PVDF Film*, *Ferroelectrics*, Vol. 60, p. 277-282, 1984.

HOFMANN, H., OTTMAN, G.K. and LESIEUTRE, G.A., *Optimized Piezoelectric Energy Circuit Using Step-Down Converter in Discontinuous Conduction Mode*, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 18, No.2, p. 696-703, 2002.

INMAN, D. J.; KARAMI, M. *A Powering pacemakers from heartbeat vibrations using linear and nonlinear energy harvesters*. Applied Physics Letters, Vol. 100, 042901, 2012.

JORDAN, T.; OUNAIES, Z. *Piezoelectric Ceramics Characterization*, ICASE Report No. 2001-28, 2001. Disponível online: <<http://hdl.handle.net/2002/14062>>. Acesso em: 18.04.2016

KIM M., HOEGEN M., DUGUNDJI J. and WARDLE B. L., *Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance*, Smart Materials and Structures, Vol. 19: 045023, 2010.

LEE, C. S., JOO, J., HAN, S., & KOH, S. K., *An approach to durable PVDF cantilevers with highly conducting PEDOT/PSS (DMSO) electrodes*. Sensors and Actuators A: Physical, 121, 373–381, 2005

LEO, D. J.; *Engineering Analysis of Smart Material Systems*, John Wiley & Sons, 2007

LU, F. LEE, H.P.; LIM, S.P. *Modeling and analysis of micro piezoelectric power generators for micro-electromechanical systems applications*, Smart Material and Structure, v.13, p.57-63, 2004

MANN, B.P.; SIMS, N.D. *Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation*, Journal of Sound and Vibration, v.319, p. 515–530, 2009.

MANN, B.P.; OWENS, B.A. *Investigations of a nonlinear energy harvester with a bistable potential well*, Journal of Sound and Vibration, v. 329, p. 1215-1226, 2010.

MINETO, A. T. *Geração de energia através da vibração estrutural de dispositivos piezelétricos não lineares*, São Carlos, 2013

OTTOMAN, G.K., HOFMANN, H., BHATT A. C. and LESIEUTRE, G. A., *Adaptive Piezoelectric Energy Harvesting Circuit for Wireless, Remote Power Supply*, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 17, No.5, pp. 669-676, 2002.

POST, E.R. and ORTH, M., *Smart Fabric, or Wearable Clothing*, Proceedings of the First International Symposium on Wearable Computers, Outubro 13-14, Cambridge, MA, pp. 167-168. 1997

ROUNDY, S. *On the effectiveness of vibration-based energy harvesting*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, v.16, p.809-823, 2005.

SAADON, S., SIDEK, O., *A review of vibration-based MEMS piezoelectric energy harvesters*, Energy Convers. Manag. 52 (2011) 500–504, 2009.

SHENCK, N. S. and PARADISO, J. A. *Energy Scavenging with Shoe-Mounted Piezoelectrics*, IEEE Micro 21: 30–42. Post, E.R. and Orth, M., 1997, “Smart Fabric, or Wearable Clothing,” Proceedings of the First International Symposium on Wearable Computers, October 13-14th, Cambridge, MA, pp. 167- 168, 2001.

SILVA, L. L.; SAVI, M. A.; NETTO, P. C. MONTEIRO and T. A. *Effect of the piezoelectric hysteretic behavior on the vibration-based energy harvesting*. Journal of intelligent material systems and structures, p. 1-8, fev. 2013.

SODANO, H.A.; INMAN, D.J. *A Review of Power Harvesting from Vibration using Piezoelectric Materials*, The Shock and Vibration Digest, v.36(3), p.197-205, 2004.

SODANO, H.A., MAGLIULA, E.A., PARK, G. and INMAN, D.J., *Electric Power Generation from Piezoelectric Materials*, The 13th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, October 7-9th, Potsdam/Berlin, Alemanha, 2002.

SOHN J. W., CHOI S. B. and LEE D. Y. *An investigation on piezoelectric energy harvesting for MEMS power sources* J. Mech. Eng. Sci. 219 429–36, 2005.

SOUSA, V C; ANICÉZIO, M De M; ERTURK, C De MARQUI Jr And A. *Enhanced aeroelastic energy harvesting by exploiting combined nonlinearities: theory and experiment. Smart materials and structures*, v. 20, n. 094007, abr. 2011.

SOUSA, V C; JR, C De MARQUI. *Effect of pseudoelastic hysteresis of shape memory alloy springs on the aeroelastic behavior of a typical airfoil section*. Departamento de Engenharia Aeronáutica, São Carlos, 2008.

STARNER, T. *Human-Powered Wearable Computing*, IBM Systems Journal, v. 35, p. 618- 629, 1996.

SWITCH<http://www.siongboon.com/projects/2006-06-19_switch/>, Acessado em 23 de Maio de 2016

TRAINER, M. *Kelvin and piezoelectricity*. European Journal of Physics, v.24, 2003, p.535-542.

TRIPLETT A. and QUINN D. D., *The effect of non-linear piezoelectric coupling on vibration-based energy harvesting*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 20, pp.1959-1967, 2009.

UMEDA, M.; NAKAMURA, K.; UEHA, S. *Analysis of Transformation of Mechanical Impact Energy to Electrical Energy Using a Piezoelectric Vibrator*, Japanese Journal of Applied Physics, v. 35, Part 1, No. 5B, p. 3267-3273, 1996.

UMEDA, M.; NAKAMURA, K.; UEHA, S. *Energy Storage Characteristics of a Piezo-Generator Using Impact Induced Vibration*, Japanese Journal of Applied Physics, v. 35, Part 1, No. 5B, p. 3146-3151, 1997.

UOL, <http://www2.uol.com.br/sciam/noticias/caminhar_sobre_revestimento_gera_energia.html>
, Acesso em 23 de Maio de 2016;

WILLIAMS, C.B. and YATES, R.B., *Analysis of a Micro-Electric Generator for Microsystems*, Sensors & Actuators, Vol. 52, No. 1-3, pp. 8-11, 1996.

WU, W. J., CHEN Y. Y., LEE B. S., HE J. J., and PENG Y.T., *Tunable resonant frequency power harvesting devices*, in: Proceedings of the Smart Structures ^[1]and Materials Conference, 2006, pp. 61690A–61690A-8.

XIAO, H.; WANG, X.; JOHN, SABU. *A dimensionless analysis of a 2dof piezoelectric vibration energy harvester*. Mechanical systems and signal processing, v. 58-59, p. 355-375, jun. 2015.

ZHU, X. MENG, Z. Actuators, piezoelectric ceramic, functional gradient. In: Schartz, M. Encyclopedia of Smart Materials, Ed. John Wiley & Sons, New York, E.U.A., 2002.