

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

JOÃO VITOR DRUMOND SIMONI

**ANÁLISE TERMOESTRUTURAL DE UM BOCAL CONVERGENTE
DIVERGENTE PARA PROJETOS DE MOTORES DE PROPELENTE
SÓLIDO DE FOGUETE MODELO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

RIO DE JANEIRO

2025

JOÃO VITOR DRUMOND SOMINI

**ANÁLISE TERMOESTRUTURAL DE UM BOCAL CONVERGENTE
DIVERGENTE PARA PROJETOS DE MOTORES DE PROPELENTE
SÓLIDO DE FOGUETE MODELO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como rito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc

Coorientador: Bruno Felipe Silva, M.Sc

RIO DE JANEIRO

2025

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

S599 Simoni, João Vitor Drumond

Análise termoestrutural de um bocal convergente divergente para projetos de motores de propelente sólido de foguete modelo / João Vitor Drumond Simoni – 2025.

100f. : il. (algumas color.) + apêndice , enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2025.

Bibliografia: f. 99-100

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco.

Coorientador: Bruno Felipe Silva.

1. Engenharia mecânica. 2. Motores de foguetes.
3. Propelentes sólidos. 4. Mecânica dos Fluidos.

i. Pacheco, Pedro Manuel Calas Lopes (Orient.).

ii. Silva, Bruno Felipe (Coorient). III. Título.

Elaborada pelo bibliotecário Leandro Mota de Menezes – CRB/7 nº 5281

DEDICO ESSE TRABALHO A DEUS E AOS
MEUS PAIS, MEUS MAIORES
INCENTIVADORES

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar, primeiramente, minha gratidão a Deus, por guiar e proteger-me ao longo desta jornada. Dedico este trabalho ao Senhor, reconhecendo que toda a minha trajetória é fruto de Sua graça.

À minha família, minha eterna gratidão pelo apoio incondicional em todos os momentos. Este trabalho também é dedicado a vocês, que sempre acreditaram em mim e me incentivaram a seguir em frente.

À instituição de ensino CEFET/RJ, registro meu profundo agradecimento pela oportunidade de realizar o sonho de cursar Engenharia Mecânica, proporcionando um ambiente de aprendizado enriquecedor e desafiador.

Agradeço imensamente aos meus orientadores, Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc., e Bruno Felipe Silva, M.Sc., por sua orientação indispensável, paciência e dedicação durante todo o desenvolvimento deste projeto.

Aos meus colegas de equipe, que estiveram ao meu lado em todos os desafios, oferecendo apoio, colaboração e motivação, deixo meu sincero agradecimento. Em especial, agradeço a Natalia Barcelos Viuge Antunes, Matheus Lopes Ferreira da Costa, Fabio Daniel dos Santos Lacerda, João Lucas Andrade Acciaris Barbosa, Victor Hugo Ramos Santos e Gabriel Videla Figueiredo, bem como a todos os demais membros que contribuíram para essa caminhada.

Manifesto ainda minha gratidão aos professores Helder Manoel Venceslau, Margarida Lourenço Castello e Jonatas Quirino, que me incentivaram na reta final do curso, além de todo o corpo docente do curso de Engenharia Mecânica do CEFET/RJ, pelo ensino de excelência e pelo apoio essencial ao longo da minha formação.

**"Para nós, não há limites além dos que nós mesmos estabelecemos."
– Katherine Johnson**

Resumo

DRUMOND SIMONI, João Vítor **ANÁLISE TERMOESTRUTURAL DE UM BOCAL CONVERGENTE DIVERGENTE PARA PROJETOS DE MOTORES DE PROPELENTE SÓLIDO DE FOGUETE MODELO**. 2024. 69. Trabalho de Conclusão de Curso. Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Rio de Janeiro. Cidade, 2025.

Os bocais convergente-divergentes são componentes estruturais fundamentais em motores de foguetes, responsáveis por maximizar o empuxo gerado. Este trabalho apresenta uma análise termoestrutural do bocal de um motor sólido em um foguete universitário. A análise utiliza um método analítico de transferência de calor transiente, aplicando a correlação de Bartz para determinar o coeficiente de convecção, que varia de acordo com um modelo baseado em resultados empíricos. A tensão resultante é avaliada usando o critério de von Mises. Os resultados indicam que o bocal é capaz de suportar as condições extremas de operação.

Palavras-chave: Bocal De Laval. Foguete Modelismo. Transferência de Calor. Resistência dos Materiais. Mecânica dos Fluidos

ABSTRACT

DRUMOND SIMONI, João Vitor. **Thermo-Structural Analysis of a Convergent-Divergent Nozzle for Solid Propellant Model Rocket Motor Designs** . 2024. 69. Trabalho de Conclusão de Curso - Federal Center of Technological Education – Rio de Janeiro. city, 2025.

The convergent-divergent nozzles are essential structural components in rocket engines, responsible for maximizing the thrust generated. This work presents a thermo-structural analysis of the nozzle of a solid rocket motor in a university rocket. The analysis uses an analytical method of transient heat transfer, applying the Bartz correlation to determine the convection coefficient, which varies according to a model based on empirical results. The resulting stress is evaluated using the von Mises criterion. The results indicate that the nozzle is capable of withstanding extreme operating conditions.

Keywords: Laval nozzle. Rocket Modeling. Heat Transfer. Strength of Materials. Fluid Mechanics.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades Termodinâmicas da combustão do propelente KNSB68	
Tabela 2 - Dimensões do Grão Propelente	69
Tabela 3 - Geometria do Bocal de-Laval Cônico projetado	69
Tabela 4 - Propriedades do aço SAE 1020.....	70
Tabela 6 - Valores para cálculo do comprimento do bocal em função do raio	72
Tabela 7 - Condições de Contorno da transferência de Calor	74
Tabela 8 - Tabela dos Fatores para o cálculo da Norma NIST.....	76

LISTA DE SIGLAS

TFND	Viabilidade Técnica Não Demonstrada
TFDI	Viabilidade Técnica Demonstrada, mas Desenvolvimento Incompleto
D/P	Desenvolvido ou considerado aplicável o desenvolvimento completo
LRE	Motor Líquido de Foguete
SRM	Motor Sólido de Foguete
HRE	Motor Híbrido de Foguete
CD	Convergente Divergente
FS	Fator de Segurança
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
NIST	<i>National Institute of Standards and Technology</i>
LASC	<i>Latin American Space Challenge</i>

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - <i>Robert Goddard ao lado de um protótipo</i>	18
Figura 2 - <i>Motor utilizado no Saturn 2</i>	19
Figura 3 - Seção Divergente do Bocal Após um experimento (SUN et al., 2016)	21
Figura 4 - Esquemático do processo de operação em um motor LRE (SUTTON; BIBLARZ, 2017).....	27
Figura 5 - Modelo de Motor de Foguete Sólido SEM (SUTTON; BIBLARZ, 2017)	28
Figura 6 - Esquemático de motor de foguete híbrido HRE (SUTTON; 2017).....	29
Figura 7 - Fluido Subsônico dentro do Bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)	33
Figura 8 - Representação de Fluido "Engasgado" dentro do bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)	33
Figura 9 - Representação de Choques Normais dentro do Bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)	34
Figura 10 - (e) Fluxo Superexpandido no Bocal, (f) Fluxo Ideal no Bocal, (g) Fluxo subexpandido Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)	35
Figura 11 - Esquemático de um bocal cônico (D. P; Mishra, 2017).....	36
Figura 12 - Esquemático de um Bocal Sino (D. P; Mishra, 2017)	37
Figura 13 - Modelo de bocal fixo Fonte:(SUTTON; BIBLARZ, 2017).....	39
Figura 14 - <i>Modelo de Bocal Flexível</i> Fonte:(SUTTON; BIBLARZ, 2017).....	40
Figura 15.....	40
Figura 16 - Modelo de Bocal Extensível (SUTTON; BIBLARZ, 2017)	41
Figura 17 - Taxa de Transferência de Calor pelo comprimento do Motor fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2017)	47
Figura 18 - Processos de transferência de calor por convecção. (a) Convecção forçada. (b) Convecção natural (c) Ebulição. (d) Condensação. (Incropera,)	50
Figura 19 - Troca por radiação: (a) em uma superfície e (b) entre uma superfície e uma grande vizinhança	51
Figura 20 – Variação dos coeficiente de convecção comparados (AHMAD, 2002)	55
Figura 21– Comparação entre os metodos de calculo de coeficiente de convecção (AHMAD, 2002).	56
Figura 22 - Comportamento da resistência ao escoamento residual de aços estruturais (SEIF et al., 2016)	58
Figura 23 - Seção transversal de um Vaso de Pressão com as Tensões resultantes representadas (Shigley, Mischke e Budynas ,2013).....	61
Figura 24 – Corte da vista lateral do bocal da equipe Rocketwolf	70
Figura 25- Curva de Empuxo do Bocal (feita pelo autor).....	73
Figura 26 - Variação do Número de Mach ao Longo do Bocal.....	78
Figura 27 - Variação de Temperatura do fluido ao Longo do Bocal	79
Figura 28 - Variação de Pressão do Fluido ao longo do Bocal.....	80

Figura 29 - Variação da Massa Especifica do Fluido ao Longo do Bocal	81
Figura 30 - Variação da Velocidade do Fluido ao Longo do Bocal	82
Figura 31 - Variação da Temperatura da Parede ao Longo do Bocal	83
Figura 32 – Variação do coeficiente de condutividade ao longo do comprimento do bocal.....	84
Figura 33 - Variação da Área de Transferência de Calor	84
Figura 34 - Variação do Volume por Seção de Bocal.....	85
Figura 35 - Variação do Fator de Biot por Seção	86
Figura 36 – Variação da Tensão Longitudinal no Bocal	87
Figura 37 – Variação da Tensão Radial no Bocal.....	87
Figura 38 – Variação da Tensão Tangencial ao longo do Bocal	88
Figura 39 - Variação da Tensão Equivalente ao longo do Bocal.....	89
Figura 40 - Variação da Tensão Limite de Escoamento ao longo do Bocal	90
Figura 41 - Fator de segurança sem interferência da temperatura no limite de escoamento.....	91
Figura 42 - Comparação do Limite de Escoamento com Tensão Equivalente (A) Vista aumentada da seção (B).....	91

LISTADEABREVIATURAS

m_0	Massa do foguete na ignição
m	Massa atual ou final do foguete
v_e	Velocidade de escape
v_{fog}	Velocidade do foguete
F	Força de Empuxo
m'	vazão mássica dos gases
P_e	Pressão na saída do Bocal
A_e	área da saída
C_F	coeficiente de empuxo
P_0	pressão de estagnação
P_a	pressão atmosférica
A_t	área da garganta
I_{SP}	impulso específico
I_t	impulso total
m_p	massa do propelente consumido
λ	fator de correção de eficiência
α	ângulo da seção divergente
θ_i	ângulo do contorno no ponto de inflexão
θ_e	ângulo de saída
h	entalpia do fluido
T	temperatura do fluido
v	velocidade do fluido
c_p	calor específico a pressão constante
T_0	Temperatura de Estagnação
C_v	Calor específico a volume constante
γ	Índice Adiabático
R	Constante específica dos gases
M	Número de Mach
a	Velocidade do som local
ρ	Massa específica do fluido
ρ_0	Massa específica de estagnação
A_x	Area da seção transversal do bocal em qualquer região
A^*	Area da seção da garganta do bocal
\mathfrak{M}	Massa molecular média
Q_s	Quantidade de calor sensível
Q_l	Quantidade de calor latente

Q'_{cd}	Fluxo térmico para condução
k	condutividade térmica
A_s	Área de transferência de calor
Q'_{cv}	Fluxo térmico para convecção
h_v	Coefficiente de convecção
T_s	Temperatura da superfície sólida
T_∞	Temperatura do fluido suficientemente afastado da superfície
K_B	Constante de Stefan-Boltzmann
ε	Emissividade da superfície
Q'_{rad}	Fluxo térmico para radiação
t	Tempo [s]
T_i	Temperatura inicial
T_f	Temperatura final
Bi	Fator de Biot
L_c	Comprimento Característico
D_*	Diâmetro da Garganta
Pr	Número de Prandtl
C_*	Velocidade Característica do Fluido
r_c	Raio de Curvatura do Bocal
g	Gravidade
μ	Viscosidade Dinâmica
S_x	Parâmetro variável da correlação de Bartz
σ_y^0	Limite de escoamento a temperatura ambiente [Pa]
σ_{yt}	Limite de escoamento em função da temperatura [Pa]
r_1	Pré fator 1 da norma NIST para Tensão Deformação
r_2	Pré fator 2 da norma NIST para Tensão Deformação
r_3	Pré fator 3 da norma NIST para Tensão Deformação [°C]
r_4	Pré fator 4 da norma NIST para Tensão Deformação [°C]
r_5	Pré fator 5 da norma NIST para Tensão Deformação [°C]
σ_y	Tensão normal na direção y [Pa]
σ_x	Tensão normal na direção x [Pa]
σ_z	Tensão normal na direção z [Pa]
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento no plano xy [Pa]

τ_{yz}	Tensão de cisalhamento no plano yz [Pa]
τ_{xz}	Tensão de cisalhamento no plano xz [Pa]
σ_{vm}	Tensão de von Mises [Pa]
σ_t	Tensão circunferencial [Pa]
σ_r	Tensão radial [Pa] .

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
1.1 MOTIVAÇÃO	18
1.2 OBJETIVO GERAL	22
1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS	22
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
2.1 PROPULSÃO AEROESPACIAL.....	23
2.1.1 Equação de Tsiolkovski.....	24
2.1.2 Empuxo.....	25
2.1.3 Coeficiente de Empuxo	25
2.1.4 Impulso Específico	26
2.2 TIPOS DE MOTORES DE FOGUETE.....	26
2.2.1 Motores Químicos	26
2.2.2 Motores Líquidos.....	26
2.2.3 Motores Sólidos	27
2.2.4 Motores Híbridos.....	28
2.3 COMPONENTES DOS MOTORES SÓLIDOS	29
2.3.1 Câmara de combustão.....	29
2.3.2 Bocal.....	29
2.3.3 Camada ablativa	30
2.3.4 Ignitor	30
2.3.5 Propelente	30
2.4 BOCAIS SUPERSÔNICOS	30
2.4.1 Condições de Operações	31
2.4.2 Configurações de Bocais.....	35
2.4.3 Tipos de Bocais de Motor Sólido.....	38
2.5 ESCOAMENTO EM BOCAIS.....	41
2.5.1 Teoria dos Bocais.....	42
2.6 TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM BOCAIS.....	46
2.6.1 Transferência de Calor por Condução	48
2.6.2 Transferência de Calor por Convecção.....	49
2.6.3 Transferência de Calor por Radiação	50
2.6.4 Transferência de Calor Transiente.....	51
2.6.5 Coeficiente de Convecção para Bocais de Foguete.....	53
2.7 TENSÕES EM BOCAIS	57
2.7.1 Modelagem do Comportamento do Aço em Altas Temperaturas.....	57
2.7.2 Tensões atuantes.....	60
2.7.3 Tensão Equivalente.....	62
2.8 DESIGN E CONSTRUÇÃO DE BOCAIS	63
2.8.1 Materiais de proteção Térmica	63

2.8.2 Materiais Ablativos	64
3 METODOLOGIA.....	66
3.1 ESTUDO DE CASO: MOTOR DA EQUIPE ROCKETWOLF.....	68
3.1.1 Escolha do Propelente.....	68
4 MODELO ANÁLITICO	71
4.1 CÁLCULO DAS CONDIÇÕES DO ESCOAMENTO	71
4.2 CÁLCULO DA TEMPERATURA DO BOCAL	73
4.2.1 Escolha do Mecanismo de Transferência de Calor	73
4.2.2 Escolha do Coeficiente de convecção.....	74
4.3 CÁLCULO DA TENSÕES ESTRUTURAIIS	76
4.3.1 Determinação da Tensão Limite de escoamento do Material	76
4.3.2 Determinação das Tensões Atuantes no Bocal	76
4.4.3 Determinação da Tensão Resultante no Bocal	77
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES	78
5.1 RESULTADOS DO CÁLCULO DO ESCOAMENTO	78
5.2 RESULTADOS DO CÁLCULO DA TEMPERATURA.....	82
5.3 RESULTADOS DO CÁLCULO DA DEFORMAÇÃO	86
5.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE TERMOESTRUTURAL....	91
6. CONCLUSÃO	94
7. TRABALHOS FUTUROS	95
REFERÊNCIAS	96
APENDICE A – DEDUÇÃO DAS FÓRMULAS DE ESCOAMENTO	99

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

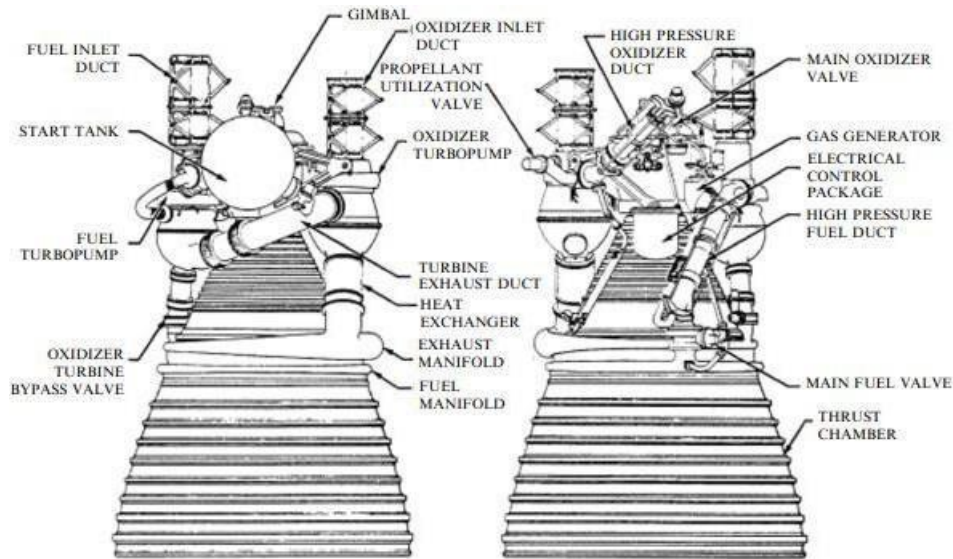
A tecnologia dos foguetes remonta a cerca de 800 anos, quando os chineses utilizaram, pela primeira vez, um motor propulsivo para fins bélicos, composto por uma estrutura de bambu e pólvora. Com o passar do tempo, essa invenção evoluiu significativamente até o final do século XIX, quando o cientista Robert Goddard começou a desenvolver foguetes modernos. Goddard, em especial, é reconhecido por projetar o primeiro foguete movido a combustível líquido, marco inicial da exploração espacial (TURNER, 2009). Na Figura 1, Robert Goddard é apresentado ao lado de um de seus protótipos pioneiros, simbolizando o avanço prático no desenvolvimento da propulsão espacial.



**Figura 1 - Robert Goddard ao lado de um protótipo
(Turner, 2009)**

Devido à grande relevância e fascínio pela tecnologia, o desenvolvimento de foguetes e motores de foguete tornou-se um hobby para muitos. Versões simplificadas desses motores podem ser construídas com relativa facilidade, permitindo que entusiastas e grupos estudantis ao redor do mundo desenvolvam projetos para

competições de lançamento (TURNER, 2009). Na Figura 2, é apresentado o motor utilizado no Saturn V, que foi fundamental para as missões Apollo e representando um marco na história da propulsão espacial.



**Figura 2 - Motor utilizado no Saturn 2
(Turner, 2009)**

O projeto de ensino RocketWolf é um grupo universitário do CEFET/RJ que desenvolve projetos de foguetemodelismo. A equipe é composta por cinco subáreas: Aerodinâmica, Aviônica, Estruturas, Recuperação e Propulsão. O trabalho consiste em realizar o dimensionamento, simulação, construção e testes de componentes e subsistemas de um foguete modelo, visando à apresentação e aos lançamentos nas competições universitárias de foguetemodelismo.

Essas competições consistem em lançamentos dos projetos para alcançar o apogeu determinado pela missão, que pode ser de 500 m, 1000 m ou 3000 m acima do nível do solo. Na *Latin American Space Challenge (LASC)*, competição na qual o grupo atualmente participa, o objetivo é desenvolver um projeto que, além de atender aos requisitos de segurança e qualidade, promova aprimoramento e inovação. Em outras palavras, os vencedores são aqueles que obtêm bons resultados nos lançamentos e, ao mesmo tempo, buscam melhores soluções de engenharia em seus projetos (LASC, 2023).

No caso específico do subsistema de propulsão, o objetivo é desenvolver projetos de motores do tipo sólido. Esse processo envolve o dimensionamento e a modelagem de quatro componentes principais: a câmara de combustão, o *bulkhead*, a camada ablativa, o grão propelente e o bocal convergente-divergente. A construção de um motor seguro e eficiente é fundamental para alcançar os objetivos da competição.

Entretanto, essa tarefa se mostra um verdadeiro desafio de engenharia, já que os motores de foguete operam sob condições severas de pressão e temperatura. Isso exige que os materiais selecionados e a geometria dos componentes apresentem boa resistência ao calor e à pressão, ao mesmo tempo que não prejudiquem a eficiência do projeto ao aumentar demasiadamente sua massa. Essa condição é especialmente crucial no bocal, cujo propósito é maximizar a eficiência na ejeção dos gases.

O bocal de um motor-foguete, como componente essencial na conversão de energia térmica em energia cinética, desempenha um papel determinante na otimização do empuxo e, conseqüentemente, na eficiência do foguete. No entanto, operar sob condições extremas de pressão e temperatura apresenta desafios significativos para sua integridade estrutural. Na Figura 3, é mostrado um exemplo de falha estrutural após o teste de um bocal. Assim, a análise termoestrutural torna-se um instrumento indispensável para projetar soluções seguras e eficazes.



Figura 3 - Falha na região divergente do bocal, onde um furo se estende até a segunda camada na folga entre o inserto e a estrutura principal, indicando um vazamento de chama. Observa-se menor ablação e carbonização nessa região, porém a presença do furo sugere que a folga de 0,2 mm permitiu a penetração dos gases quentes, resultando em degradação localizada do material (SUN et al., 2016)

Diversos estudos utilizam a análise termoestrutural com métodos numéricos para resolver problemas de engenharia em projetos de bocais. Sun et al. (2016) empregaram o método de elementos finitos para investigar lacunas estruturais e seus impactos em bocais de motores sólidos. Wang, Tian e Zhang (2021) realizaram uma análise multifásica acoplada com métodos numéricos para compreender os campos de temperatura e tensão. Banoth (2017) utilizou simulações numéricas em um projeto iterativo para otimizar a geometria e o desempenho de bocais.

O presente trabalho foca no desenvolvimento de uma análise termoestrutural de um bocal projetado para competições universitárias, destacando sua relevância em duas vertentes principais. Este projeto, entretanto, trata apenas de uma análise preliminar totalmente analítica, sem incluir soluções numéricas devido ao seu alto grau de complexidade. O objetivo final é avaliar se a estrutura do bocal projetado para o foguete de 1000 m de apogeu, denominado Helder I, com motor sólido de KNSB, pode resistir às condições de queima, além de identificar seções críticas na estrutura do projeto.

Por fim, este trabalho se mostra relevante para fornecer suporte no aprimoramento futuro do design do bocal, otimizando a relação empuxo/combustível

e garantindo a segurança estrutural durante a operação. Além disso, busca capacitar estudantes no uso de ferramentas analíticas, consolidando conceitos fundamentais da Engenharia Mecânica, como mecânica dos fluidos, transferência de calor e resistência dos materiais.

1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo deste trabalho é realizar uma análise termoestrutural do bocal de um foguete experimental, visando avaliar a capacidade da estrutura de resistir às temperaturas e pressões geradas durante a queima do motor. A análise será fundamentada em cálculos analíticos, utilizando um dos modelos disponíveis na literatura especializada. Por meio de uma abordagem metódica, o trabalho busca determinar as condições de escoamento e as variações térmicas no bocal, bem como a influência dessas condições nas tensões e deformações da estrutura, contribuindo para a segurança e eficiência do projeto.

1.3 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Calcular as Propriedades do fluido ao longo do comprimento do bocal: Calcular a velocidade, massa específica, temperatura e pressão do gás ao longo do bocal, utilizando os dados obtidos a partir do modelo desenvolvido pela equipe RocketWolf.
- Calcular a Transferência de Calor: Avaliar a transferência de calor em cada seção do bocal, identificando as variações térmicas e suas implicações na integridade estrutural.
- Calcular a Variação do Limite de Escoamento causada pela mudança de temperatura.
- Calcular as tensões da estrutura: Calcular as tensões equivalentes em cada seção do bocal, verificando se ultrapassam o limite de escoamento do material.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esse capítulo tratara da revisão bibliográfica sobre propulsão de foguetes com ênfase nos bocais convergentes divergentes. Serão abordados os conceitos fundamentais de propulsão de foguetes e os detalhes de funcionamento e design. Em seguida será feito a revisão dos conceitos utilizados para realizar uma análise estrutural em bocais. Assim será discutido as hipóteses utilizadas no escoamento, os mecanismos de transferência de calor, a norma utilizada para definir os efeitos da temperatura sobre a tensão limite de escoamento, e por fim o método de cálculo da tensão equivalente.

2.1 PROPULSÃO AEROESPACIAL

Propulsão, em um sentido geral, refere-se ao ato de mover um corpo de um local para outro. No caso da propulsão de foguetes, esse mecanismo envolve a ejetar matéria no sentido oposto ao movimento, permitindo que o foguete saia da inércia (NASA, 2024). A propulsão de foguetes pertence à categoria da propulsão a jato, que também inclui a propulsão de aviões. A principal diferença é que os foguetes carregam o oxidante necessário para a reação dentro do próprio sistema, enquanto os motores a jato dependem do oxigênio do ambiente (SUTTON; BIBLARZ, 2017). Na tabela 1 são apresentados modelos de propulsão a jato e suas características, ilustrando a distinção entre esses dois tipos de sistemas de propulsão.

Tabela 1 - Modelos de propulsão a jato e suas características (Sutton, 2017)

Dispositivo de propulsão	Fonte de Energia			Propelente ou Fluido de Trabalho
	Químico	Nuclear	Solar	
Turbojato	D/P	TFD		Combustível + Ar
Turbo-ramjato	TFD			Combustível + Ar
Estatoreator (combustível hidrocarboneto)	D/P	TFD		Combustível + Ar
Estatoreator (resfriado a hidrogênio)	TFD			Hidrogênio + Ar
Foguete Químico	D/P	TFD		Propelente Armazenado
Foguete com Duto (ou Foguete Híbrido <i>Ducted</i>)	TFD			Propelente Armazenado + ar do entorno
Foguete Elétrico	D/P	TFD	D/P	Propelente Armazenado
Foguete de Fissão Nuclear		TFD		H2 Armazenado
Foguete de Fusão Nuclear		TFND		H2 Armazenado

Foguete Aquecido por Energia Solar		TFD	H2 Armazenado
Foguete de Fótons	TFND		Ejeção de Fótons
Vela Solar		TFD	Reflexão de Fótons

A propulsão de foguetes pode também ser classificada pelo tipo de fonte de energia (Química, Nuclear, Solar) e pelo tipo de propelente (variação do oxidante + variação do combustível), pelo método de propulsivo (elétrico, químicos, nucleares ou fótons). Apesar das diferenças todos respeitam o mesmo método de funcionamento, da geração de momento linear pela ejeção de massa. Na Tabela 1 estão listados os métodos e suas classificações, é também determinada em que etapa de desenvolvimento o método se encontra, pelas siglas: TFND viabilidade técnica não demonstrada, TFDI viabilidade técnica demonstrada, mas desenvolvimento incompleto e D/P desenvolvido ou considerado aplicável o desenvolvimento completo (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

2.1.1 Equação de Tsiolkovski

A equação de Tsiolkovski estabelece que a variação de velocidade do foguete depende da razão entre a massa inicial e a massa do propelente, e da velocidade de exaustão dos gases (MISHRA, 2017). É dada pela equação:

$$v_{fog} = v_e \log_e \frac{m_0}{m} \quad (1)$$

Onde m_0 como a massa do foguete na ignição, ou seja, e m como a massa atual ou final do foguete. O outro parâmetro da equação é a velocidade de escape v_e . Essa equação revela o objetivo de projeto de motores para foguetes, para reduzir a massa de combustível necessária para um grande impulso, deve-se aumentar a velocidade de exaustão.

2.1.2 Empuxo

O movimento de um foguete pode ser analisado através do princípio da conservação do momento linear. De acordo com o princípio, para foguetes alcançarem altas velocidades no sentido da atmosfera, os motores devem expelir massa em alta velocidade. (SUTTON; BIBLARZ, 2017). Considerando a vazão mássica de gases \dot{m} sendo expelidos a uma velocidade de escape efetiva v_e , pode-se representá-lo pela equação:

$$F = \dot{m}v_e \quad (2)$$

A equação 3 calcula o empuxo de um motor-foguete. O segundo termo do lado direito da equação representa o efeito da diferença de pressão entre a saída do bocal P_e e o ambiente P_a . Essa diferença de pressão é mais relevante em altitudes onde a pressão atmosférica varia. O empuxo total é, portanto, uma combinação da força dos gases em movimento e da pressão na saída do bocal.

$$F = \dot{m}v_e + (P_e - P_a)A_e \quad (3)$$

sendo \dot{m} o fluxo mássico que passa pelo bocal, P_e a pressão final nas paredes do bocal, P_a a pressão atmosférica, A_e a área da saída do bocal.

2.1.3 Coeficiente de Empuxo

O coeficiente de empuxo C_F é um parâmetro adimensional usado para verificar o desempenho do bocal. Representa a relação:

$$C_F = \frac{F}{P_0 A_*} \quad (4)$$

Onde o empuxo F é o produto entre a pressão de estagnação (P_0) e a área da garganta

(A*):

2.1.4 Impulso Específico

O impulso específico I_{SP} é um indicador de eficiência de motores foguetes, permitindo avaliar a eficiência do sistema de propulsão em termos de geração de empuxo por unidade de peso do propelente consumido (TURNER, 2006). É definido como:

$$I_{SP} = \frac{I_t}{m_p} \quad (5)$$

Onde o impulso total I_t , que é a integral da força gerada pelo motor ao longo do tempo, e o peso do propelente consumido m_p a relação está descrita na equação.

2.2 TIPOS DE MOTORES DE FOGUETE

2.2.1 Motores Químicos

Motores Químicos são aqueles que usam da energia da reação entre combustível e oxidante, para expandir os gases pelo bocal e gerar a energia cinética necessária para propulsão dos foguetes (MISHRA, 2017). Esse tipo de motor é mais aplicado na indústria aeroespacial, pela sua simplicidade de produção, são também utilizados para propulsão de mísseis.

Com base no estado físico do propelente (combustível e oxidante), os motores de foguete químicos podem ser divididos em três categorias: propelente sólido, propelente líquido e propelente híbrido (MISHRA, 2017). Esses motores são descritos resumidamente a seguir.

2.2.2 Motores Líquidos

Motores de foguete de líquido (LRE) utilizam propelentes armazenados em estado líquido que são alimentados sob pressão a partir de tanques para uma câmara de combustão. O bipropelente consiste em um oxidante líquido (oxigênio líquido, óxido nítrico) e um combustível líquido (querosene, hidrogênio líquido). Um propelente

monopropelente é um único líquido que se decompõe em gases quentes quando adequado. A figura 4 representa um diagrama simplificado de um LRE. (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

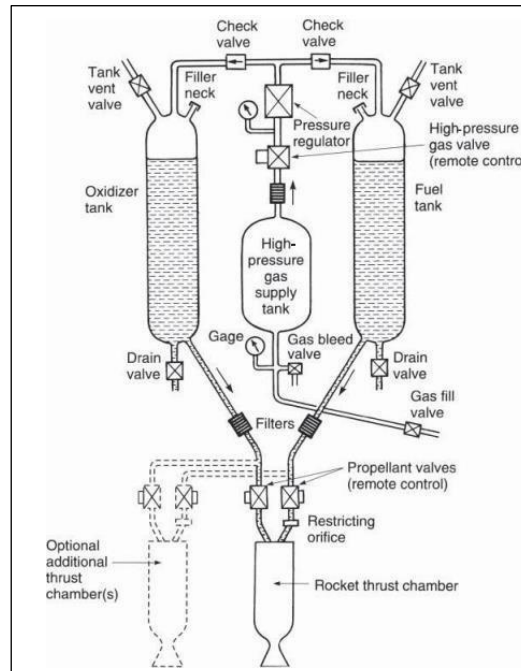


Figura 4 - Esquemático do processo de operação em um motor LRE (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Ter seu combustível e comburente em estado líquido, permite que seu propelente seja armazenado em tanques separados, assim podendo variar seu empuxo, até mesmo parar completamente sua operação por meio do uso de um sistema de válvulas e bombas. Isso também faz com que sua operação seja muito mais segura e confiável do que outros tipos de motores químicos, além de entregar uma potência maior. Entretanto a construção dos LRE é muito mais complexa e a um custo mais elevado do que os outros dois tipos (MISHRA, 2017).

2.2.3 Motores Sólidos

Em motores de foguete de propelente sólido, o combustível e o oxidante necessários para a combustão já estão armazenados na câmara de combustão. Esses motores são alguns dos mais antigos, com os chineses utilizando pólvora como propelente há muitos séculos. Por serem simples de fabricar, são amplamente

utilizados em mísseis, veículos espaciais e foguetes de sondagem (MISHRA, 2017). A Figura 5 ilustra um modelo de motor de foguete sólido SRM, exemplificando a configuração e funcionamento desses sistemas de propulsão.

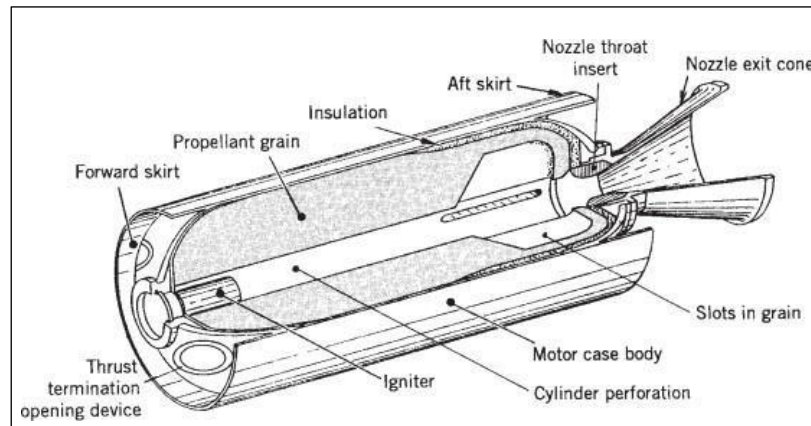


Figura 5 - Modelo de Motor de Foguete Sólido SEM (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

O propelente sólido é chamado de grão, e ele contém todos os elementos químicos para queima completa. Uma vez iniciada, é projetada para queimar suavemente a uma taxa predeterminada em todas as superfícies internas expostas do grão. a queima inicial ocorre nas superfícies internas da perfuração do cilindro e nas quatro fendas. A cavidade interna se expande à medida que o propelente é queimado e consumido. Os gases quentes resultantes fluem através do bocal supersônico para fornecer empuxo. Uma vez iniciada, a combustão do motor é projetada para prosseguir de forma ordenada até que essencialmente todo o propelente tenha sido consumido (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

2.2.4 Motores Híbridos

Para alcançar melhor performance, elementos de motores de foguete de propelente sólido (SRM) e motores de foguete de combustível líquido (LRE) são combinados para projetar um novo tipo de motor conhecido como motor híbrido (HRE). Este motor pode utilizar tanto propelentes sólidos quanto líquidos, permitindo uma ampla gama de combinações. Contudo, a configuração mais comum é a utilização de um oxidante líquido combinado com um propelente sólido. A Figura 6

apresenta um esquemático de um motor de foguete híbrido HRE, ilustrando a configuração e o funcionamento desse tipo de motor (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

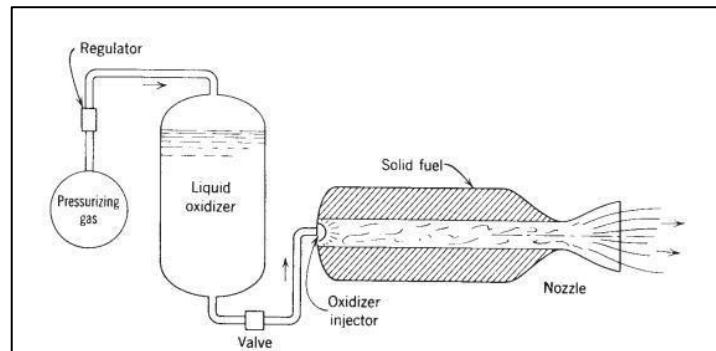


Figura 6 - Esquemático de motor de foguete híbrido HRE (SUTTON; 2017).

2.3 COMPONENTES DOS MOTORES SÓLIDOS

2.3.1 Câmara de combustão

A câmara de combustão é o componente onde será feita toda a combustão do propelente. Deve ser projetada para resistir a pressões elevadas, aproximadamente de 3 a 25 MPa, com um coeficiente de segurança suficiente, geralmente da ordem de 1,4. Sua composição pode ser feita de metal ou de materiais compostos por enrolamento de filamentos (DAVENAS, A; 1993).

2.3.2 Bocal

O bocal de um motor de foguete consiste em três partes principais: a zona convergente, a garganta e o cone de saída, cada uma desempenhando um papel crucial no direcionamento e aumento da velocidade dos gases de combustão. O design do bocal é determinado por diversos parâmetros, como pressão interna de operação, tempo de queima, diâmetro da garganta, tipo de propelente e espaço disponível (DAVENAS, A; 1993).

2.3.3 Camada ablativa

A temperatura de combustão dos grãos de propelente, variando de aproximadamente 1500 a 3500 K, requer a proteção da superfície interna da câmara de combustão e do bocal. O projeto do isolamento térmico interno envolve quatro etapas principais: análise do ambiente de isolamento térmico interno, seleção do material por meio de testes em escala reduzida, determinação da espessura necessária para suportar o calor e dimensionamento para resistir às tensões mecânicas (DAVENAS, A; 1993).

2.3.4 Ignitor

O sistema de ignição traz a energia necessária à superfície do propelente para iniciar a queima. Ele consiste em três etapas: o iniciador, que transforma um sinal de ignição em queima estável de uma substância pirotécnica; a carga de reforço, que transmite a chama entre o iniciador e o grão principal; e a carga principal, que inflama o grão do propelente.

2.3.5 Propelente

Para grãos grandes (normalmente utilizados em mísseis balísticos e espaçonaves), utiliza-se um processo de três etapas. Os sistemas de ignição para grãos menores normalmente se limitam a um iniciador ligado a uma carga de pó primário ou um iniciador e um incremento. Os materiais de ignição têm alta energia específica e liberam gases ou partículas sólidas, dependendo da aplicação (DAVENAS, A; 1993).

2.4 BOCAIS SUPERSÔNICOS

O principal objetivo do bocal em um motor de foguete é expandir os gases quentes de alta pressão gerados pela queima do propelente para uma velocidade de jato mais alta para produzir o impulso necessário. Para ter um grande valor de impulso específico, a energia cinética do gás de escape deve ser grande o suficiente para produzir uma velocidade de escape mais alta. Geralmente, existem dois tipos de bocais, a saber, (1) bocal convergente e (2) bocal convergente-divergente (CD), são

usados para produzir impulso no motor a jato. No entanto, os bocais CD são principalmente usados para produzir impulso em motores de foguete.

2.4.1 Condições de Operações

Quando a razão de pressão através do bocal se torna maior do que seu valor crítico, a velocidade máxima do gás atingida é igual à velocidade do som. Nessa situação, um bocal divergente é adicionado para aumentar ainda mais sua velocidade porque, na seção convergente, as velocidades dos gases não podem ser aumentadas acima da velocidade do som. Este bocal CD é basicamente um duto convergente seguido por um duto divergente. observa-se na Figura7, área transversal mínima entre as partes convergente e divergente, conhecida como garganta (MISHRA, 2017).

O gás atinge a velocidade sonora na garganta do bocal sob condições de fluxo supersônico. Este tipo de bocal, conhecido como bocal "de Laval" ou simplesmente bocal "Laval", foi idealizado pelo engenheiro sueco Gustaf de Laval. O bocal CD é utilizado em motores de foguete para alcançar uma velocidade de escape superior à velocidade sonora. A figura 7 mostra a variação da pressão de estagnação do bocal sob diferentes condições, destacando a importância do design do bocal para otimizar o desempenho do motor (MISHRA, 2017).

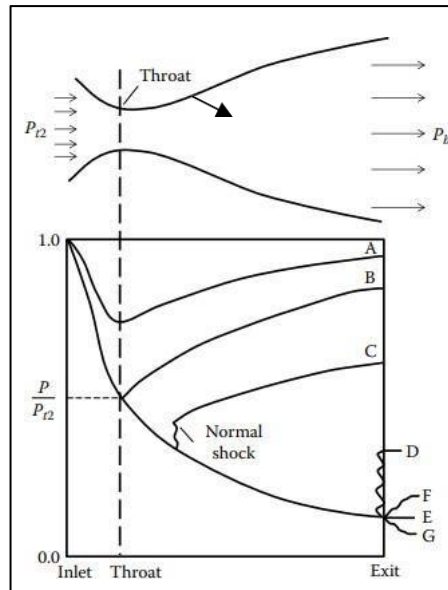


Figura 7- Variação de pressão de estagnação do bocal por diversas condições Fonte: (MISHRA, 2017).

O gás flui através do bocal de uma região de alta pressão, que é a câmara de combustão, para uma região de baixa pressão, o ambiente externo. A câmara de combustão é geralmente grande em comparação com o bocal, o que significa que, dentro dela, as velocidades de fluxo do gás são relativamente baixas e podem ser desprezadas para os cálculos da dinâmica do bocal (SUTTON; BIBLARZ, 2017). O gás então passa pela porção convergente do bocal, onde seu diâmetro diminui, aumentando sua velocidade e reduzindo a pressão. Na garganta, o gás atinge a velocidade do som. A seguir, ele entra na porção divergente do bocal, onde o diâmetro aumenta, permitindo que o gás se expanda, acelere ainda mais e seja expelido para o ambiente externo como um jato de alta velocidade (MISHRA, 2017).

O fluxo através de um bocal CD, é governado pela razão entre a pressão da câmara de combustão e a pressão de saída ou de exaustão. Para uma pressão total P_0 específica na câmara de entrada, quando a pressão de saída é reduzida abaixo da P_0 de entrada, a pressão diminui no bocal, e o fluxo permanece subsônico ao longo de todo o bocal (fig. 8).

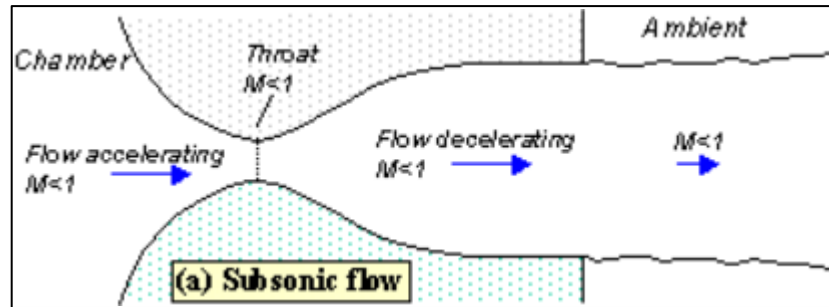


Figura 7 - Fluido Subsônico dentro do Bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)

Se a pressão de saída for reduzida ainda mais, conforme mostrado pela figura 9, o fluxo sônico será alcançado na seção da garganta para um determinado valor de P_e . Em outras palavras, o fluxo de massa não pode ser aumentado por qualquer diminuição adicional em P_e para uma P_0 e constantes (Fig. 9).

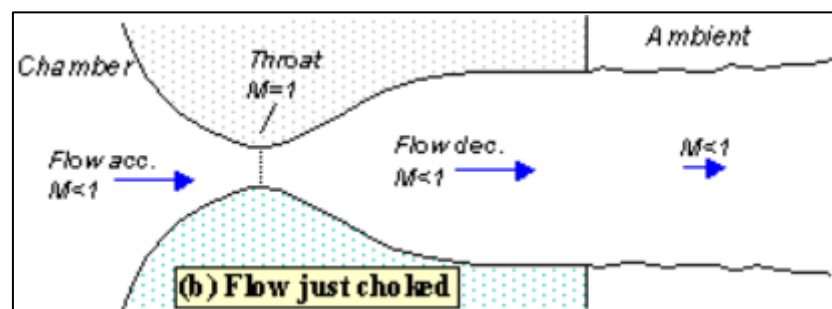


Figura 8 - Representação de Fluido "Engasgado" dentro do bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)

Se a pressão de saída P_e diminuir ainda mais, então o fluxo não pode atingir condições isotrópicas, uma vez que a garganta já está engasgada. Em vez disso, a pressão diminui ainda mais a partir da garganta até que um choque normal seja formado na porção divergente do bocal CD, como mostrado na Figura 10.

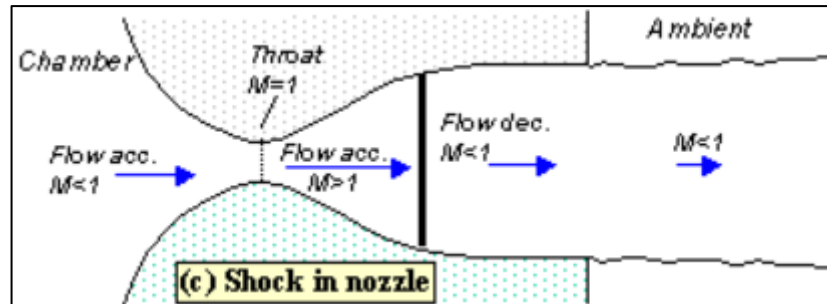


Figura 9 - Representação de Choques Normais dentro do Bocal Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)

Uma vez que o choque normal é formado, o fluxo desacelera no duto divergente. Quando P_e é diminuído ainda mais, o choque normal se move para jusante e, em certo P_e , ele fica localizado exatamente no plano de saída do bocal. Nota-se que a expansão isotrópica ocorre apenas quando a pressão de saída corresponde àquela para a qual o bocal foi projetado. Essa situação corresponde ao bocal estar totalmente expandido figura 11. Entretanto outras duas condições existentes reduzem a eficiência do bocal a condição de superexpansão (figura 10 condição e), onde a pressão atmosférica.

Durante o voo de um motor de foguete, a pressão ambiente é a mesma que a pressão traseira atuando no bocal de exaustão. Quando o bocal é operado em uma altitude mais alta, a pressão ambiente é menor do que a pressão de saída do bocal P_e , e o gás é expandido de P_e para P_a além da saída do bocal como um jato livre. Este bocal de área fixa operando sob pressão de câmara constante é considerado como passando por subexpansão. Em contraste, quando o bocal opera a uma altitude mais baixa do que a projetada, a pressão de saída P_e será menor do que a pressão ambiente P_a , e o bocal é considerado como passando por superexpansão.

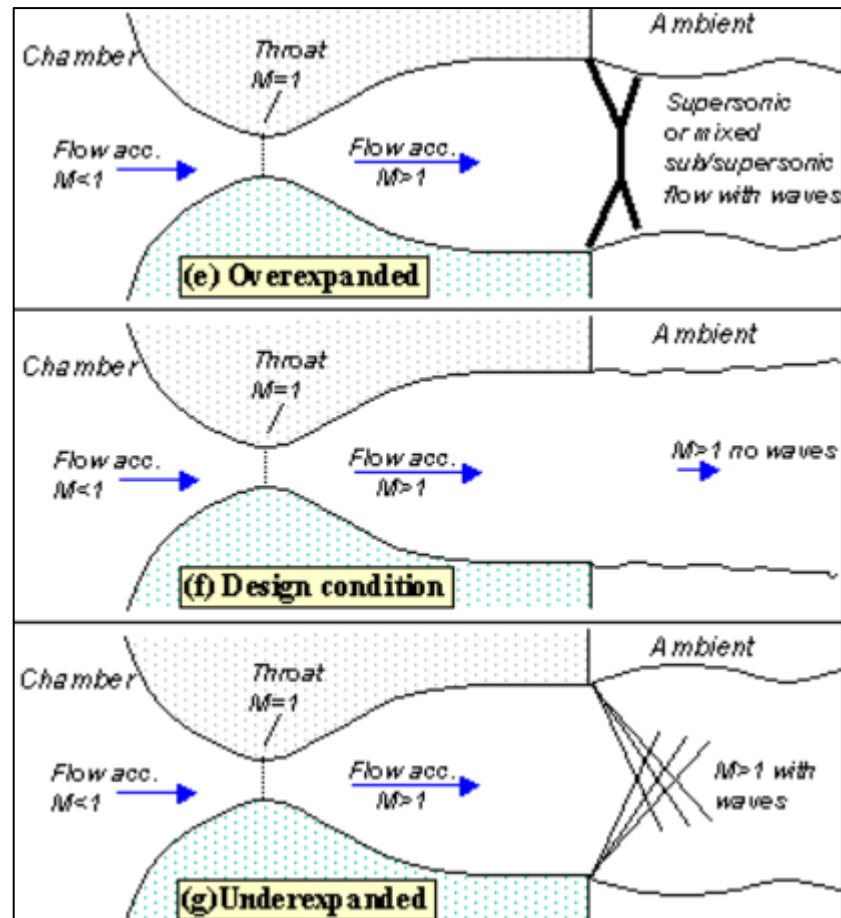


Figura 10 - (e) Fluxo Superexpandido no Bocal, (f) Fluxo Ideal no Bocal, (g) Fluxo subexpandido Fonte: (VIRGINIA TECH, 2024)

2.4.2 Configurações de Bocais

Não há muita preocupação com perda de desempenho na seção convergente do bocal, já que seu fluxo pode ser facilmente direcionado, ângulos maiores podem ser aplicados nessa seção. Na garganta também não há muito interesse com contorno, sendo aceito qualquer tipo de raio. Já na seção divergente, há um grande interesse sobre seu contorno. Em geral, as superfícies internas das paredes ao longo do bocal devem ser lisas e refletivas para minimizar o atrito, a absorção de radiação e a transferência de calor por convecção, que é aumentada pela rugosidade da superfície. Também devem ser evitadas superfícies com protuberâncias, arestas, furos e lacunas (MISHRA, 2017)

2.4.2.1 Bocais cônicos

Os bocais cônicos são uma das soluções mais antigas e simples para motores de foguetes, devido à sua facilidade de fabricação, tornando-os ideais para foguetes pequenos. Cada bocal cônico deve incorporar um fator de correção de eficiência, definido pela equação apresentada por (Sutton, 2017). Este fator é baseado na metade do ângulo da seção divergente α . Teoricamente, para um bocal com eficiência 100%, o valor desse fator seria 1.0. No entanto, na prática, alcançar esse valor não é possível, mesmo com um ângulo de divergência igual a 0° .

$$\lambda = \frac{1}{2} (1 + \cos \alpha) \quad (6)$$

Ângulos menores na seção divergente tendem a proporcionar maior eficiência. Contudo, o valor ideal do ângulo depende do tamanho do bocal. Para bocais pequenos, o ângulo ideal geralmente varia entre 12° e 18° . Apesar de benefícios na eficiência, bocais muito pequenos podem sofrer perda de eficiência devido ao aumento da massa do bocal. Em bocais maiores, os ângulos menores não resultam em um incremento significativo na massa.

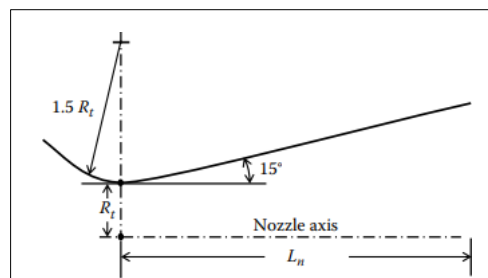


Figura 11 - Esquemático de um bocal cônico (D. P; Mishra, 2017)

Embora o ângulo de 15° seja frequentemente utilizado como um valor de referência para comparar fatores de correção, ou perdas de energia, e comprimentos de diferentes contornos de bocais divergentes (SUTTON; BIBLARZ, 2017), ele não é o único ângulo possível. O ângulo ideal deve ser ajustado de acordo com as especificidades do bocal e do foguete.

2.4.2.2 Bocais Sino

Bocais parabólicos ou de sino, são os mais utilizados atualmente. A expansão do fluido nestes bocais é mais eficiente do que em cônicos de área e comprimento semelhantes, pois os contornos das paredes podem ser projetados para minimizar as perdas (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

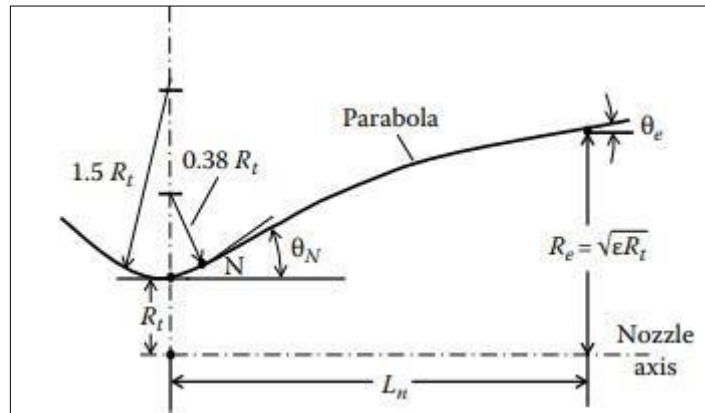


Figura 12 - Esquemático de um Bocal Sino (D. P; Mishra, 2017)

A geometria mais complexa traz consigo um projeto mais difícil do que bocais cônicos. Na figura 14 de um bocal de sino, sua seção divergente inicial tem expande rapidamente, com ângulos entre 20° e 50° graus, chamado de θ_i . Já a seção posterior tem expansão mais suave, com ângulos próximos a 10° graus sendo esses chamados θ_e . A diferença entre os dois ângulos é onde existe a região chamada de ponto de inflexão I.

Na mudança de direção no ponto de inflexão, pequenos choques podem ocorrer por ondas oblíquas de compressão, esses choques podem gerar perda de energia do fluido. Para minimizar esse efeito, é utilizado uma análise chamada método das características que determinam o melhor contorno para bocais de sino (MISHRA, 2017).

2.4.2.3 Bocais de dois passos

Bocais de dois passos (com diferentes seções de razão de área de expansão) podem oferecer melhor desempenho do que bocais convencionais com uma única razão de área fixa. Um bocal de menor razão de área apresenta o melhor desempenho em altitudes baixas, enquanto o bocal de maior razão de área apresenta o melhor desempenho em altitudes mais altas. Se esses dois bocais pudessem ser de alguma

forma combinados mecanicamente, o bocal de duas posições resultante se aproximaria mais de um bocal que se ajusta continuamente à razão de área ótima (D. P; Mishra, 2017).

2.4.2.4 *Múltiplos bocais*

Esse tipo de arranjo é preferencial do que a utilização de apenas um bocal. Bocais múltiplos propõe a redução da massa inerte assim como bocais extensíveis. Arranjos de câmara de empuxo quadrupla foram usados efetivamente em diversos veículos de lançamento espacial e mísseis dos Americanos, Russos, e outros países com programas espaciais avançados (D. P; Mishra, 2017).

Comprimento do bocal de tal conjunto pode ser cerca de 30% mais curto do que um único bocal de uma câmara de empuxo de maior potência equivalente. No entanto, o diâmetro do veículo na localização da saída do bocal do conjunto precisa ser um pouco maior, o arrasto do veículo pode ser um pouco maior e há uma complexidade adicional do motor, frequentemente com mais massa do motor.

2.4.3 Tipos de Bocais de Motor Sólido

Segundo Sutton existem 5 classificações para bocais de motores sólidos (SUTTON; BIBLARZ, 2017):

2.4.3.1 *Bocais fixos*

Simple e frequentemente usado em sistemas de propulsão de armas táticas para mísseis lançados pelo ar, terra e mar de curto alcance, também como propulsão auxiliar para veículos de lançamento espacial como Atlas e Delta, e em motores de foguete de espaçonaves para transferência orbital. Os diâmetros típicos da garganta estão entre 0,25 e 5 polegadas para a maioria dos bocais de mísseis táticos, mas alguns são maiores.

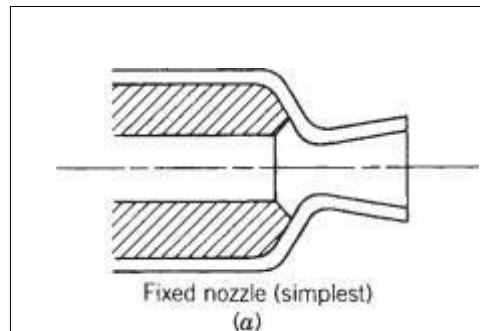


Figura 13 - Modelo de bocal fixo Fonte:(SUTTON; BIBLARZ, 2017)

2.4.3.2 Bocais móveis

Um bocal móvel pode fazer controle vetorial de empuxo para um veículo de voo. Os bocais móveis geralmente estão submersos e utilizam um selo flexível ou uma junta esférica com dois atuadores a 90° de distância para alcançar movimento omni-axial. Os bocais móveis são principalmente utilizados em sistemas de propulsão) e em grandes impulsionadores de lançamento espacial (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

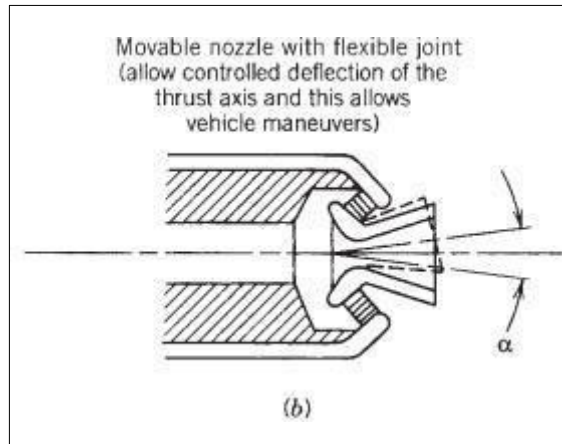


Figura 14 - Modelo de Bocal Flexível Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

2.4.3.3 Bocais extensíveis

Uma parte significativa da estrutura do bocal está submersa dentro da câmara de combustão ou do invólucro. Submergir o bocal reduz um pouco o comprimento total do motor, o que por sua vez reduz o comprimento do veículo e sua massa inercial. Isso é importante para aplicações limitadas pelo comprimento, como mísseis estratégicos lançados de silos e submarinos, bem como para seus estágios superiores, e para sistemas de propulsão espacial. (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

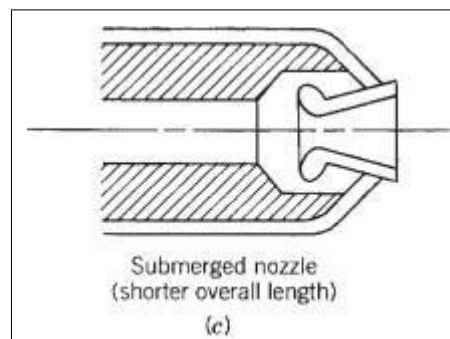


Figura 15

Figura 16 - Modelo de Bocal Submerso Fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

2.4.3.4 Bocais submersos

São bocais utilizados em foguetes de múltiplos estágios, sua vantagem está na redução da massa do corpo do foguete adicional para envolvê-lo durante o voo. Sendo

assim, esse tipo de bocal é utilizado em altitudes elevadas da atmosfera, onde uma área de expansão maior é requerida (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

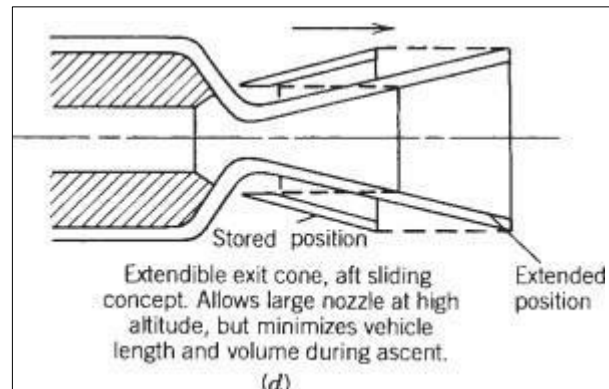


Figura 16 - Modelo de Bocal Extensível (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

Os bocais extensíveis requerem atuadores, uma fonte de energia, mecanismos para mover a extensão para a posição durante o voo, e dispositivos de fixação e vedação. Eles voaram com sucesso em vários motores de foguete sólido e aplicações de motores líquidos, onde foram implantados antes da ignição.

2.4.3.5 Bocais blast-tube

Esses são usados com mísseis táticos lançados pelo ar e pelo solo. O tubo de explosão permite que o centro de gravidade (CG) do motor de foguete esteja próximo ou à frente do CG do veículo. Isso limita o deslocamento do CG durante a queima do motor e facilita muito a estabilização do voo (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

2.5 ESCOAMENTO EM BOCAIS

Processos físicos e químicos em um foguete real podem ser extremamente complexos de serem analisados, devido à natureza incerta de como a combustão, fluxo de gás e outros parâmetros do motor se desenvolvem. Para ser projeto um motor de foguete, uma série de simplificações são realizadas, o que é considerado o *motor ideal de foguete*. Algumas das simplificações mais importantes estão listadas abaixo (SUTTON; BIBLARZ, 2017):

- O gás exercendo trabalho é homogêneo.
- Todas as espécies químicas do fluido estão no estado gasoso.
- O gás respeita a lei de gás perfeito.
- Não há troca de calor entre as paredes do foguete, ou seja, o escoamento é adiabático.
- Não há atrito entre parede e escoamento, ou seja, não há a formação de camada limite.
- Não há onda de choque ou descontinuidade no escoamento da tubeira.
- O escoamento é permanente e constante.
- Todos os gases de exaustão saem com somente velocidade axial. Ao longo de uma secção normal da tubeira, velocidade, pressão, densidade, e temperatura permanecem constantes.
- O equilíbrio químico acontece na câmara de combustão e não há nenhum tipo de reação química durante a aceleração do escoamento na tubeira.
- O propelente fica a temperatura ambiente quando sólido.

2.5. Teoria dos Bocais

O escoamento isentrópico é um tipo de escoamento de fluido em que a entropia se mantém constante ao longo do processo. Ele é caracterizado por ser adiabático (não há trocas de calor com o ambiente) e reversível (não há perdas de energia devido a efeitos dissipativos, como atrito) (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

A entropia é uma grandeza termodinâmica que mede a distribuição de energia em um sistema. Em um escoamento isentrópico, a entropia do fluido não aumenta nem diminui durante o processo, o que implica que a energia interna do fluido é convertida apenas em trabalho mecânico, sem perdas devido a dissipação térmica.

No bocal Convergente-Divergente é considerado é possível a consideração de escoamento isentrópico, apesar de haver perdas de energia pela dissipação térmica da estrutura e pelo atrito, essas condições são minimizadas pelo projeto, isso porque o interesse é na transformação total de energia química em cinética (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

O princípio a conservação de energia, é demonstrado na fórmula da conservação de energia:

$$h_1 - h_2 = c_p (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) \quad (7)$$

sendo h a entalpia do fluido, T a temperatura do fluido, v a velocidade do fluido e c_p a capacidade calorífica efetiva do fluido.

Ao examinar os dois primeiros termos, observa-se que ocorre uma equivalência entre a variação de entalpia e o aumento da energia cinética. Em outras palavras, a transferência de energia térmica do fluido é convertida em energia cinética, resultando em um aumento na velocidade do fluxo. O terceiro termo representa a conseqüente diminuição na temperatura do fluxo. A capacidade térmica, uma propriedade determinada pela composição dos produtos da combustão, é assumida como constante.

É aparente, portanto, que as propriedades de um fluido (como a temperatura) são dependentes da velocidade do fluxo. Ao descrever o estado de um fluido em qualquer ponto ao longo do seu escoamento, é conveniente considerar o estado de estagnação como um estado de referência. As propriedades de estagnação podem ser consideradas como as propriedades que seriam obtidas se o fluido fosse desacelerado (de forma isotérmica) até atingir uma velocidade de zero (ou seja, um escoamento estagnado). Essas propriedades de estagnação fornecem um ponto de referência útil para análises termodinâmicas e para a compreensão do comportamento do fluido durante o escoamento.

$$T_0 = T + \frac{v^2}{2c_p} \quad (8)$$

O calor específico a pressão constante, o calor específico em volume constante sua relação é constante para gases perfeitos em uma ampla faixa de temperaturas e estão relacionados da seguinte forma:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} \quad (9)$$

$$C_p - C_v = R \quad (10)$$

A determinação das propriedades C_p e (constante específica dos gases) depende da composição dos produtos da combustão. A constante R é calculada dividindo-se a constante universal dos gases, R' , pelo peso molecular efetivo M dos produtos da combustão. É importante notar que, se os produtos da combustão contiverem partículas em fase condensada, como fumaça, o valor de M deve ser ajustado para levar em consideração essa presença. Além disso, ao considerar fluxo bifásico, é essencial utilizar o valor apropriado de γ , que também é levado em conta para análise correta.

Para qualquer processo isentrópico, as relações anteriores podem ser utilizadas para estabelecer uma relação de temperatura para as duas seções, como segue:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(\gamma-1)\gamma} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{(\gamma-1)} \quad (11)$$

A velocidade do som a , também conhecida como a velocidade acústica em gases perfeitos, é independente da pressão e varia com a temperatura, definida conforme a seguinte relação:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (12)$$

onde R é a constante dos gases e γ é a razão dos calores específicos

O número de Mach é um parâmetro adimensional do escoamento e é usado para definir localmente razão entre a velocidade de escoamento v e a velocidade do som local a :

$$M = v/a = v/\sqrt{\gamma RT} \quad (13)$$

Números de Mach menores que 1 representam escoamento subsônico, M igual a 1 (escoamento na velocidade do som) configura escoamento sônico, e valores de M maiores que 1 caracterizam escoamento supersônico. O número de Mach na garganta de bocal convergente-divergente unidimensional deve ser necessariamente igual a 1. Relações entre o número de Mach e temperaturas e pressões de estagnação são regularmente utilizadas para descrever o comportamento do escoamento isentrópico em bocal adiabático, como segue:

$$T_0 = T \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right] \quad (14)$$

$$P_0 = P \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (15)$$

$$\rho_0 = \rho \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right]^{1/(\gamma-1)} \quad (16)$$

As 14, 15 e 16 representam a conservação da energia em termos de número de Mach. Elas permitem a identificação das suas respectivas variáveis ao longo de cada do bocal desde que se conheça o número de Mach local, sua dedução é feita no apêndice B deste trabalho.

A conservação da massa é um princípio fundamental aplicado ao escoamento de gases em bocais de foguete, descrito pela equação 17 representa a taxa de fluxo de massa constante ao longo do bocal. Em bocais, a variação da área da seção transversal influencia diretamente a velocidade e a densidade do gás, permitindo a aceleração dos fluxos para regimes supersônicos na região divergente. Essa teoria é crucial para o dimensionamento e o desempenho do bocal, pois a manutenção de um

fluxo contínuo e otimizado maximiza a conversão da energia térmica do propelente em energia cinética dos gases e, conseqüentemente, em empuxo. Assim, a aplicação do princípio da conservação da massa assegura a eficiência do projeto e a viabilidade do funcionamento do motor-foguete.

$$\dot{m} = \rho Av \quad (17)$$

ρ é a densidade do gás, A é a área da seção transversal, e v é a velocidade do fluxo. Utilizando as equações 11, 13 e 17 é possível expressar a razão de áreas, A/A^* , em termos do número de Mach do escoamento. A razão de áreas é simplesmente a área da seção transversal em qualquer ponto (x) do bocal, dividida pela área da seção transversal onde a condição crítica ocorre ($M=1$).

$$\frac{A_x}{A_*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (18)$$

Onde razão de áreas é simplesmente a área da seção transversal em qualquer ponto A_x do bocal, dividida pela área da seção transversal A_* onde a condição crítica ocorre ($M=1$). Esta equação é fundamental para determinar a geometria interna do bocal, sua dedução está no Apêndice A.

2.6 TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM BOCAIS

A temperatura é um fator crítico em projetos de bocais devido ao impacto direto que exerce sobre a integridade estrutural e o desempenho dos materiais. Durante a operação, as temperaturas podem atingir valores entre 1500 K e 3000 K (SUTTON; BIBLARZ, 2017), o que pode levar a mudanças significativas nas propriedades do material, como perda de resistência mecânica, fluência térmica e até falha estrutural. Para o dimensionamento e escolha do material, dois fatores são essenciais: a temperatura máxima alcançada, determinada pelo tipo de propelente utilizado, e o tempo de exposição, que intensifica os efeitos térmicos sobre a estrutura. Quanto

maior o tempo de exposição, maior será o risco de degradação por oxidação, fadiga térmica ou deformações permanentes, comprometendo a funcionalidade e a segurança do bocal. Por isso, a compreensão desses aspectos é fundamental para garantir que o material suporte as condições extremas de operação.

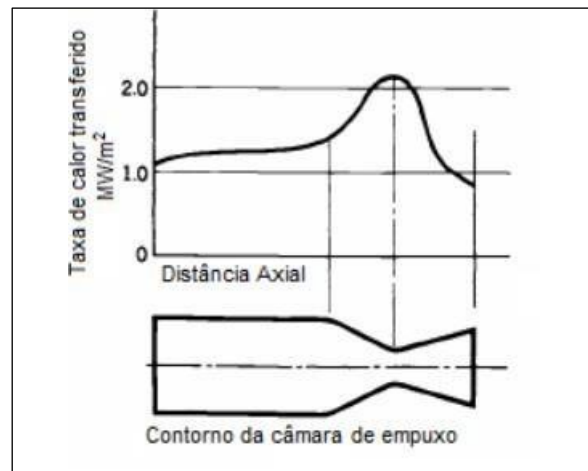


Figura 17 - Taxa de Transferência de Calor pelo comprimento do Motor fonte: (SUTTON; BIBLARZ, 2017)

O calor é uma forma de energia que se transfere entre sistemas ou corpos devido a diferenças de temperatura, ocorrendo espontaneamente no sentido do sistema de maior para o de menor temperatura, até atingir o equilíbrio térmico (ÇENGEL, 2015). A quantidade de calor transferida entre dois sistemas depende de três fatores principais:

- Diferença de temperatura: A transferência de calor é maior quanto maior for a diferença de temperatura entre os sistemas.
- Tempo de contato: A quantidade de calor transferida aumenta com o tempo em que os sistemas permanecem em contato.
- Condutividade térmica: Propriedade intrínseca do material que determina sua capacidade de conduzir calor.

A transferência de calor pode resultar em duas alterações na propriedade do material o calor sensível e calor latente.

Calor sensível está associado a mudança na temperatura do material por meio da transferência da energia térmica, sem que esta mude o estado da matéria, essa

mudança depende a massa de material a ser aquecida, da diferença de temperatura e do coeficiente. Esse calor pode ser calculado utilizando a equação:

$$Q_s = mC_p\Delta T \quad (19)$$

uma substância, como a fusão ou a vaporização, a temperatura permanece constante mesmo quando a substância continua a receber calor. Isso ocorre porque a energia térmica está sendo utilizada para superar as forças intermoleculares que mantêm a substância em um estado específico. O calor latente não depende da diferença de temperatura, somente da diferença de entalpia e de massa de acordo com a equação.

$$Q_l = m\Delta h \quad (20)$$

Dentro os dois casos, o propósito deste trabalho será analisar a mudança de temperatura que ocorre no material que compõe a estrutura do bocal, sendo assim utilizar o calor sensível. Entretanto ainda é necessário definir a forma de transferências realizadas no processo de condução dos gases superaquecidos provenientes da combustão. Transferência de calor é o processo pelo qual o calor é transmitido de um corpo ou sistema para outro devido a uma diferença de temperatura. Existem três modos principais de transferência de calor: condução, convecção e radiação.

2.6.1 Transferência de Calor por Condução

A condução é um processo de transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas de uma substância, resultante das interações moleculares e atômicas. No caso de gases, onde ocorre um gradiente de temperatura, moléculas mais energéticas transferem energia para moléculas menos energéticas por meio de colisões ou do movimento aleatório, promovendo a difusão de energia no sentido de temperaturas mais baixas. Em líquidos, as moléculas estão mais próximas, aumentando a frequência das interações, enquanto em sólidos, a condução ocorre devido às vibrações dos átomos na estrutura cristalina. Nos condutores elétricos, o movimento dos elétrons livres também contribui significativamente para o processo de condução (INCROPERA et al., 2008).

$$Q_{cond} = kA \frac{dT}{dx} \quad (21)$$

O fluxo térmico Q'_{cd} (W/m²) representa a taxa de transferência de calor na direção x por unidade de área perpendicular à direção de transferência. Esse fluxo é proporcional ao gradiente de temperatura nessa direção $\frac{dT}{dx}$. O parâmetro k é a condutividade térmica (W/(m·K)), uma propriedade de transporte característica do material da parede. O sinal negativo reflete o fato de que o calor flui sempre no sentido de diminuição da temperatura.

2.6.2 Transferência de Calor por Convecção

A convecção é o modo de transferência de energia entre uma superfície sólida e um fluido (líquido ou gás) adjacente em movimento, envolvendo os efeitos combinados de condução e movimento do fluido. Quanto maior a velocidade do fluido, maior será a transferência de calor por convecção. Na ausência de movimento do fluido, a transferência de calor entre a superfície sólida e o fluido adjacente ocorre apenas por condução. O movimento do fluido aumenta significativamente a taxa de transferência de calor, mas também torna mais complexa a determinação dessas taxas (ÇENGEL, 2013).

A convecção é denominada forçada quando o fluido é induzido a se mover sobre uma superfície por meios externos, como ventiladores, bombas ou correntes de ar. Em contraste, é chamada de natural quando o movimento do fluido é provocado por forças de flutuação decorrentes de diferenças de densidade, geradas por variações de temperatura no fluido (ÇENGEL, 2013). Ambas as situações são representadas pela figura 19.

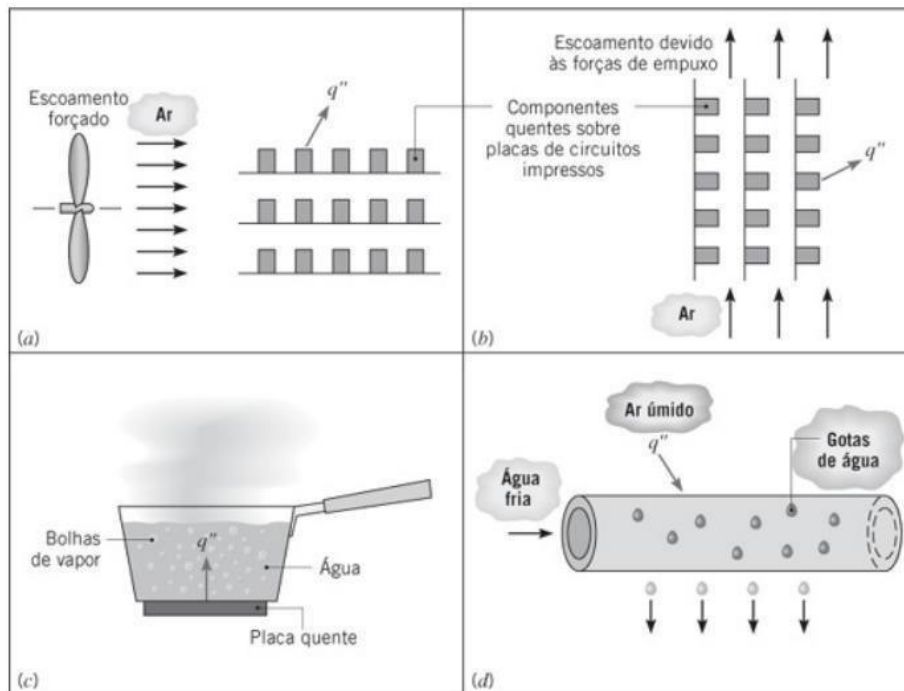


Figura 18 - Processos de transferência de calor por convecção. (a) Convecção forçada. (b) Convecção natural (c) Ebulição. (d) Condensação. (Incropera,)

Apesar de sua complexidade, a taxa de transferência de calor por convecção é proporcional à diferença de temperatura entre a superfície e o fluido, sendo expressa pela Lei de Resfriamento de Newton exemplificado na equação 32.

$$Q_{c\ v} = h_v A_s (T_s - T_\infty) \quad (22)$$

Onde h_v é o coeficiente de transferência de calor por convecção, medido em $W/m^2 \cdot K$; A_s é a área da superfície onde ocorre a transferência de calor; T_s é a temperatura da superfície sólida; T_∞ é a temperatura do fluido suficientemente afastado da superfície. Note que, no equilíbrio térmico, a temperatura do fluido na interface é igual à da superfície sólida.

2.6.3 Transferência de Calor por Radiação

Radiação é a transferência de calor através de ondas eletromagnéticas, não requerendo um meio material para ocorrer. Todos os corpos emitem radiação térmica

em forma de ondas eletromagnéticas devido à sua temperatura (ÇENGEL; 2013). Essas ondas podem viajar através do vácuo e se propagar através de meios transparentes.

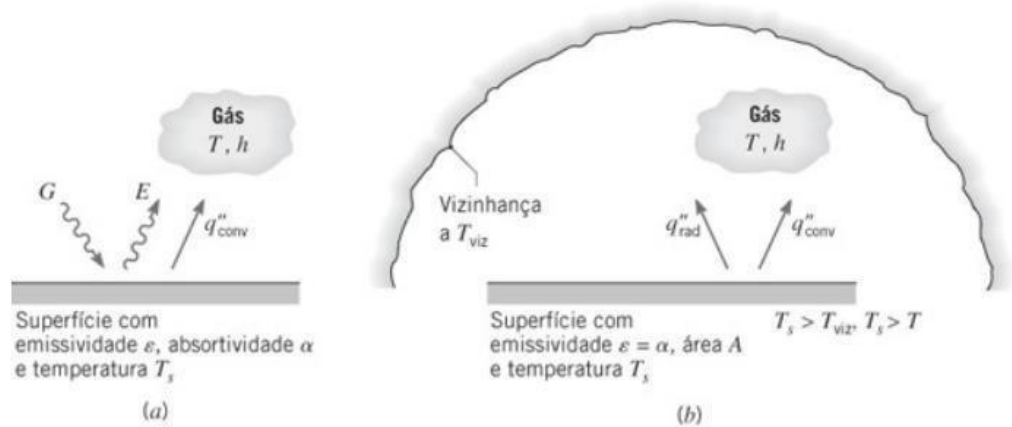


Figura 19 - Troca por radiação: (a) em uma superfície e (b) entre uma superfície e uma grande vizinhança.

A taxa de transferência de calor por radiação pode ser determinada pela Lei de Stefan-Boltzmann:

$$\dot{Q}_{rad} = \epsilon K_B A_s (T_s^4 - T_\infty^4) \quad (23)$$

Onde, \dot{Q}_{rad} é a quantidade de calor transferida por unidade de tempo (fluxo de calor), ϵ é a emissividade da superfície (uma medida da eficiência com que a superfície emite radiação térmica), K_B é a constante de Stefan-Boltzmann em W/m^2K^4 , A_s é a área da superfície que está emitindo ou recebendo radiação, T_s é a temperatura da superfície, T_∞ é a temperatura do ambiente ou do corpo que está recebendo a radiação.

2.6.4 Transferência de Calor Transiente

O regime permanente, também conhecido como regime estacionário, ocorre quando as condições de um sistema de transferência de calor não mudam mais com o tempo. Em um processo de condução de calor, isso significa que a distribuição de temperatura no sistema se estabiliza, com as variáveis térmicas (como temperatura)

atingindo valores constantes em cada ponto. No regime permanente, a transferência de calor é balanceada, ou seja, a quantidade de energia que entra em um sistema é igual à que sai, resultando em uma condição de equilíbrio térmico. Em contraste, em problemas não estacionários ou transientes, a temperatura varia ao longo do tempo até que se atinja o regime permanente (Incropera et al., 2007).

O método da capacitância global é uma abordagem simplificada para resolver problemas de condução de calor transiente, especialmente quando a variação de temperatura no interior do sólido é desprezível. Ele se baseia na hipótese de que a temperatura do sólido é uniforme em todo o seu volume durante o processo transiente. Essa simplificação permite que a análise do problema seja feita de forma mais prática, sem a necessidade de resolver a equação do calor que descreve a distribuição espacial das temperaturas.

Ao desconsiderar os gradientes de temperatura internos, o método substitui a análise de condução térmica por uma consideração do balanço de energia global. Ou seja, a variação de energia interna no sólido é associada à taxa de transferência de calor na interface entre o sólido e o ambiente, como por exemplo, a troca de calor entre o metal quente e o líquido em que ele é imerso. Este método é eficaz quando a resistência à condução no interior do material é pequena em comparação com a resistência à transferência de calor nas fronteiras do sólido.

$$\frac{T_f - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-\left(\frac{hA_s}{\rho V c}\right)t} \quad (24)$$

Sendo a temperatura final, t o tempo de aquecimento V_c o volume da seção, A_s a área de aquecimento, ρ a massa específica do material.

O número de Biot (Bi) é um parâmetro adimensional fundamental para a análise de problemas de condução térmica, especialmente em situações transientes onde há interação entre condução no interior de um sólido e convecção na superfície. Ele é usado para avaliar a distribuição de temperatura dentro do sólido e a validade de hipóteses simplificadoras, como a suposição de uma temperatura uniforme no interior do material.

O número de Biot é definido pela relação entre a resistência térmica à condução no interior do sólido e a resistência térmica à convecção na interface sólido-fluido. Matematicamente, ele é dado por:

$$Bi = \frac{hLc}{k} \quad (25)$$

Sendo h é o coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície do sólido, Lc é o comprimento característico (tipicamente a razão entre o volume e a área superficial do sólido, k a condutividade térmica do material.

A validade da hipótese de temperatura uniforme no material depende diretamente do número de Biot. Se, a resistência térmica interna do material à condução é muito menor que a resistência térmica à convecção na superfície. Isso implica que o calor se distribui rapidamente no interior do sólido, mantendo a temperatura uniforme e permitindo a aplicação do método da capacitância global. Por outro lado, se, a resistência interna se torna comparável ou maior que a resistência à convecção, e gradientes de temperatura significativos surgem no sólido, invalidando a hipótese de temperatura uniforme e exigindo uma análise mais detalhada.

Em termos práticos, o número de Biot permite determinar a abordagem correta para analisar a transferência de calor em situações transientes. Para materiais altamente condutivos com dimensões pequenas e interação com fluidos de baixa convecção, será pequeno e o método da capacitância global será aplicável. Já para materiais de baixa condutividade ou sólidos grandes submetidos a convecção intensa, a análise deve considerar a distribuição de temperatura no interior do sólido.

2.6.5 Coeficiente de Convecção para Bocais de Foguete

O coeficiente de transferência de calor por convecção não é uma propriedade intrínseca do fluido, mas um parâmetro determinado experimentalmente. Seu valor depende de diversas variáveis que influenciam o processo de convecção, como a geometria da superfície, o tipo de escoamento do fluido, suas propriedades termodinâmicas e de transporte, além da velocidade do movimento do fluido (ÇENGEL, 2013).

O estudo realizado por Rashid A. Ahmad, numa análise de diferentes métodos de cálculos de coeficiente de convecção em um motor sólido. Faz uma breve comparação de vários métodos de cálculo de coeficiente de convecção. Nesse estudo 8 métodos são utilizados (AHMAD, 2002).

Os dois primeiros métodos feitos por CFD são os mais precisos apresentados e assim são usados como parâmetro de comparação para os demais métodos. O primeiro usa fluxo de calor calculado com base na diferença entre a temperatura local da parede especificada e normalizada. Já o segundo foi calculado usando a temperatura de recuperação (AHMAD, 2002).

Os quatro métodos seguintes são métodos analíticos ou aproximações. O fluxo turbulento sobre uma placa plana, considerado o menos preciso pois não é plausível aplicar o caso de fluxo de placa plana para a condição de bocal. O quarto método é o da analogia modificada de Reynolds para uma placa plana, essa superestima a temperatura, mas apresenta o perfil correto. O quinto método é chamado correlação de *Dittus-Boelter* Para um fluxo interno em tubo. O sexto é a correlação de *Bartz* que também está aplicada a situação de um fluxo interno sobre um tubo, com uma diferença de estar associada com a variação da área e a variação de camada limite (AHMAD, 2002).

O sétimo método é o do código da camada limite turbulenta. Esse método resolve simultaneamente a integral das equações do momento e energia para camadas limites finas e assimétricas. Já o método 8 utiliza um código baseado em dados empíricos pós teste estáticos para prever resultados. Todas os métodos estão representados na figura 21.

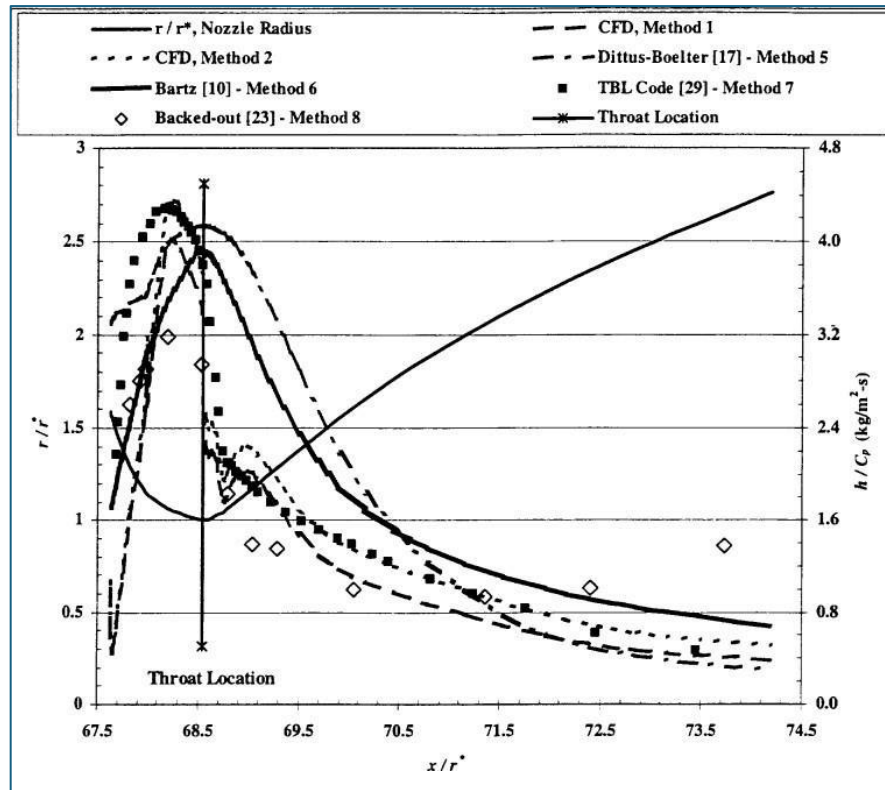


Figura 20 – Variação dos coeficiente de convecção comparados (AHMAD, 2002)

Ahmad et al. (2002) concluem que todos os métodos, com exceção do método 3 têm perfis semelhantes na curva plotada na figura 20. Os Métodos 1 e 2 (CFD), 7 (TBL) e 8 (*backed-out*) mostram que o máximo ocorre a montante da garganta do bocal. Por outro lado, os Métodos 5 (Dittus-Boelter) e 6 (Bartz) mostram que o máximo ocorre na garganta do bocal (AHMAD, 2002).

Também foi realizada uma comparação no ponto de maior criticidade, a garganta. Foram comparados nesse local os valores do coeficiente, foi medida a diferença percentual entre o método 1(CFD) e método 8 (Empírico) com os demais. Os valores dos Métodos 1 a 8 diferem do Método 1 em 0,0%, 8,0%, 50,0%, 202,3%, 3,1%, -2,8%, 7,3% e -20,5%, respectivamente. Essa comparação é mostrada na Fig. 10. Os resultados do Método 4 estão fora do gráfico. Da mesma forma, os valores dos Métodos de 1 a 7 diferem dos dados empíricos (Método 8) em 25,8%, 35,8%, 88,7%, 280,2%, 29,6%, 22,3%, 34,9%, respectivamente. A figura 21, mostra a comparação de cada método (AHMAD, 2002).

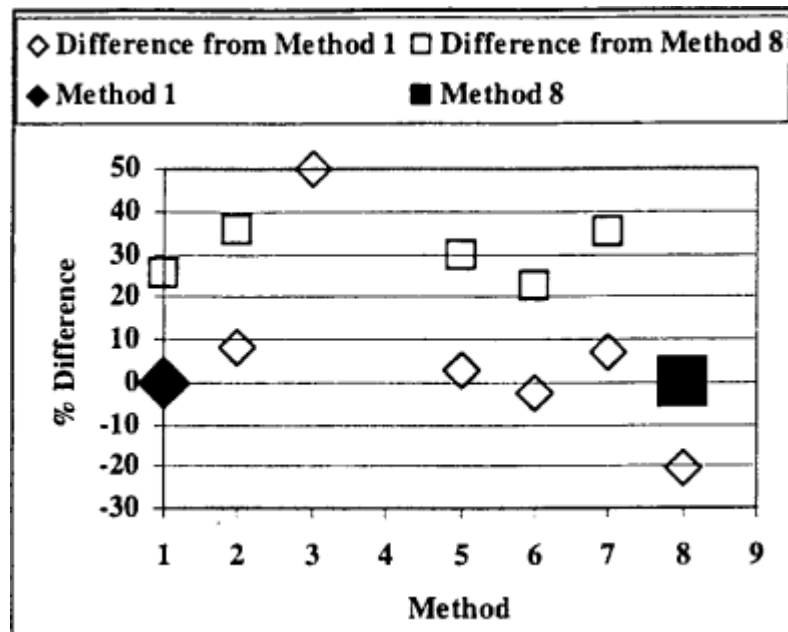


Figura 21– Comparação entre os metodos de calculo de coeficiente de convecção (AHMAD, 2002).

Vários estudos na área termoestrutural de bocais de motores de foguetes utilizam a correlação de Bartz para determinar o coeficiente de convecção, que é crucial para a análise da transferência de calor em condições extremas de operação. BANOTH (2018) utilizou a correlação de Bartz em sua análise estrutural de bocal de foguete, aplicando o coeficiente de convecção obtido dessa correlação para modelar as trocas térmicas entre o fluxo de gás e a superfície do bocal. Da mesma forma, WANG et al. (2021) também empregaram a correlação de Bartz para calcular o coeficiente de convecção na análise de resistência térmica do bocal de um motor de foguete de propelente sólido, considerando o comportamento acoplado entre o fluido, o térmico e a estrutura. Além disso, SUN et al. (2016) adotaram a mesma correlação para determinar o coeficiente de convecção em seu estudo sobre a resposta termoestrutural de bocais de motores de foguete, especificamente no que diz respeito aos efeitos causados pelas lacunas e pelo design dessas estruturas. Esses trabalhos destacam a importância da correlação de Bartz como uma ferramenta eficaz para modelar a transferência de calor, proporcionando resultados mais precisos para a análise e o design de motores de foguetes.

Correlação de Bartz

O método de Bartz é uma técnica utilizada para estimar coeficientes de transferência de calor por convecção em bocais de foguetes, com foco particular no desenvolvimento da camada limite turbulenta. Esse método envolve a análise das características do escoamento e das propriedades térmicas dentro do bocal para derivar uma correlação que possa prever as taxas de transferência de calor de forma eficaz (D. R. BARTZ, 2023).

$$h_c = \left[\frac{0,026}{D_*^{0,8}} \left(\frac{\mu^{0,2} C_p}{Pr^{0,6}} \right) \left(\frac{P_0 g}{C_*} \right)^{0,8} \left(\frac{D_*}{r_c} \right)^{0,1} \right] \left(\frac{A_*}{A} \right)^{0,9} S_x \quad (26)$$

Sendo S_x definido por:

$$S_x = \frac{1}{\left[\frac{1}{2} \frac{T_\infty}{T_0} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^{(0,8 - \frac{0,6}{5})} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{0,6/5}} \quad (27)$$

O método de Bartz é significativo porque fornece uma abordagem sistemática para entender os fenômenos de transferência de calor em escoamentos de alta velocidade, o que é crucial para o projeto e a otimização de motores de foguetes. Ele enfatiza a importância de considerar vários fatores, como gradientes de temperatura e velocidades do escoamento, que podem influenciar significativamente o processo de transferência de calor (D. R. BARTZ, 2023).

2.7 TENSÕES EM BOCAIS

2.7.1 Modelagem do Comportamento do Aço em Altas Temperaturas

O modelo proposto para calcular o comportamento tensão-deformação de aços estruturais sob condições de incêndio busca prever o comportamento mecânico do material quando exposto a altas temperaturas, condição crítica para a segurança estrutural (SEIF et al., 2016). Ele se baseia na resistência residual à tração de 42 tipos

de aços estruturais e integra dados experimentais sobre a deformação pós-escoamento de oito desses aços, ampliando a precisão do modelo conforme a figura 22 mostra em um gráfico. Esse modelo considera variações na resistência ao escoamento conforme a temperatura aumenta, e o encruamento, o aumento de resistência após o escoamento, também é ajustado de acordo com a temperatura e a resistência inicial do aço à temperatura ambiente (SEIF et al., 2016). Além disso, ele incorpora a influência da taxa de deformação, que tende a afetar a resistência do aço conforme a temperatura aumenta, sendo o coeficiente de variação da resistência ao escoamento residual normalizado linearmente proporcional à temperatura.

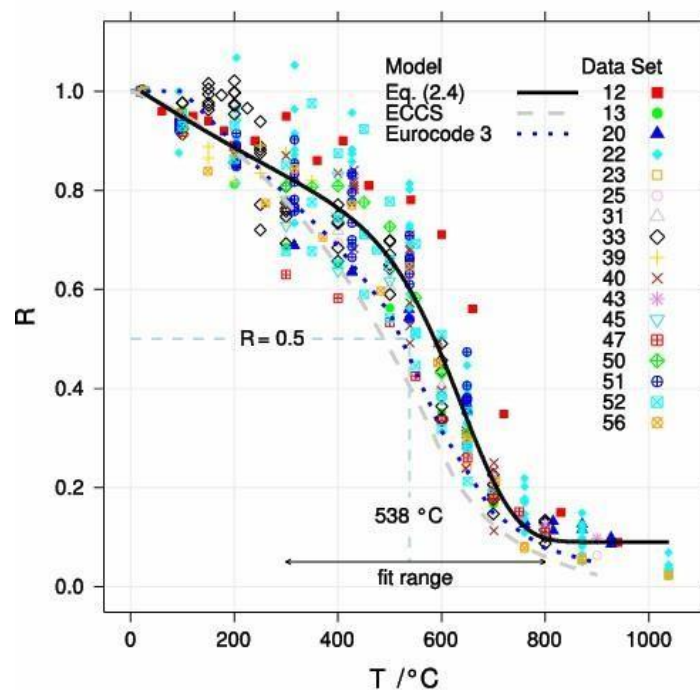


Figura 22 - Comportamento da resistência ao escoamento residual de aços estruturais (SEIF et al., 2016)

O modelo também apresenta uma versatilidade para aplicações com novos aços, como os resistentes ao fogo, aços temperados e revenidos ou parafusos estruturais (SEIF et al., 2016). Essa adaptabilidade é alcançada ao permitir a substituição ou ajuste de parâmetros específicos de resistência residual e comportamento tensão-deformação, tornando o modelo aplicável a diversas condições de alta temperatura (SEIF et al., 2016). Essa abordagem representa uma evolução em relação ao modelo de tensão-deformação do Eurocódigo 3, exemplificada na figura 22, atendendo às necessidades dos métodos analíticos e de

elementos finitos, que exigem uma curva tensão-deformação completa para análises em vigas, colunas e conexões (SEIF et al., 2016).

A equação 36, descrita no código NIST, representa a curva que mais captura o comportamento dos dados obtidos na literatura, figura 22.

$$\sigma_{yt} = \left\{ r_5 + (1 - r_5) \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{r_3} \right)^{r_1} - \frac{1}{2} \left(\frac{T^*}{r_4} \right)^{r_2} \right] \right\} \times \sigma_y^0 \quad (28)$$

Onde σ_y^0 é o limite de escoamento a temperatura ambiente, T^* é a temperatura menos 20° medido °C. O uso do pré fator, r_5 , ajuda a capturar o valor relativamente constante da resistência residual em temperaturas muito altas. Apenas os parâmetros r_1 , r_3 , e r_4 na equação 36, foram ajustados, e apenas na faixa de $(300 \leq T \leq 800)$ °C. Restringir o ajuste a essa faixa aumentou a fidelidade do modelo aos dados na região de temperatura onde a mudança na resistência é mais abrupta. Os parâmetros r_1 e r_5 foram fixados e não ajustados; $r_1 = 1$, e r_5 foi estimado a partir dos dados de alta temperatura. O conjunto de dados é idêntico ao utilizado em (Luecke et al., 2011)

Tabela 2- Valores dos parâmetros no modelo tensão-deformação, para aços comuns (Ord.), resistentes ao fogo (FR), laminados e temperados (plate) e parafusos (bolt).

Parâmetro	Valor (Ord)	Valor (FR)	Valor (plate)	Valor (bolts)	Unidade
r_1	7.514	9.782	10.143	4.967	
r_2	1.000	1.000	1.000	1.000	
r_3	588	625	589	456	°C
r_4	676	1334	837	2040	°C
r_5	0.090	0	0	0	°C
k_1	7.820	9.814	10.616		
k_2	540	616	811		°C
k_3	1006	5835	959		MPa
k_4	0.759	15.846	0.766		
n	0.503	0.456	0.349		

m_0	0.0108	
m_1	7.308	
m_2	613	°C
m_3	0.126	
ϵ_0	8.333×10^{-5}	
E_0	206.0	
e_1	3.768	
e_2	1.000	
e_3	639	
e_4	1650	

2.7.2 Tensões atuantes

Vasos de pressão cilíndricos, cilindros hidráulicos, canos de armas de fogo e tubos que transportam fluidos a alta pressão desenvolvem tanto tensões radiais como tangenciais cujos valores dependem do raio do elemento considerado. Ao determinarmos a tensão radial σ_r e a tensão circunferencial σ_t , usamos a hipótese de que a elongação longitudinal é constante em torno da circunferência do cilindro, ou seja, uma seção reta do cilindro permanece plana após tensionamento. (Shigley, Mischke e Budynas ,2013)

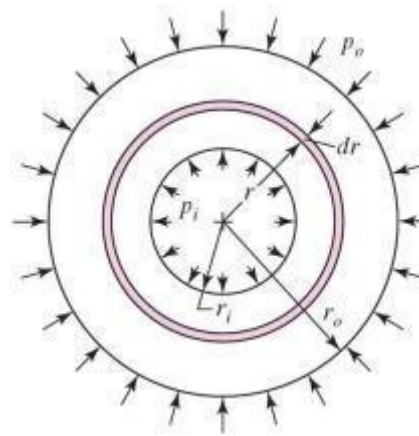


Figura 23 - Seção transversal de um Vaso de Pressão com as Tensões resultantes representadas (Shigley, Mischke e Budynas ,2013)

Na figura acima, denominamos o raio interno do cilindro como r_i , o raio externo r_o , a pressão interna P_i , e a pressão externa P_e . Em seguida, pode ser demonstrado que existem tensões tangenciais e radiais cujas magnitudes são:

$$\sigma_t = \frac{P_i r_i^2 - P_e r_o^2 + r^2 r_i^2}{r^2 - r_i^2} \times \frac{(P_i - P_e)}{r^2} \quad (29)$$

$$\sigma_r = \frac{P_i r_i^2 - P_e r_o^2 + r^2 r_i^2}{r^2 - r_i^2} \times \frac{(P_i - P_e)}{r^2} \quad (30)$$

Como de praxe, valores positivos indicam tração e valores negativos compressão.

Em casos em que a pressão externa é muito menor que a interna consideramos

$P_o = 0$, assim as equações são simplificadas para:

$$\sigma_r = \frac{r_i^2 P_i}{r^2 - r_i^2} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right) \quad (31)$$

As equações acima são representadas graficamente na figura 20 para mostrar a distribuição de tensões através da espessura da parede. Note que existem tensões

longitudinais quando as reações de extremidade à pressão interna são absorvidas pelo vaso de pressão. Essa tensão é

$$\sigma_l = \frac{r^2 P_i}{r_e^2 - r_i^2} \quad (32)$$

2.7.3 Tensão Equivalente

Como foi introduzido em capítulos anteriores estrutura do bocal está submetida a condições críticas de operação, altas pressões, velocidades e dilatação térmica. As tensões internas resultantes na estrutura devem ser analisadas para garantir sua resistência. o método utilizado é o critério de falha de von Mises. A tensão equivalente de von Mises é um critério usado para prever o início do escoamento em materiais dúcteis com base nas componentes de tensão. O critério de von Mises combina essas componentes uma única tensão equivalente. O critério de falha de von Mises estabelece que a estrutura ou o material começará a escoar quando a tensão equivalente de von Mises atingir ou exceder a tensão de escoamento do material (Hibbeler, R. C.,2010).

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_y \sigma_x - \sigma_z \sigma_y - \sigma_x \sigma_z + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (33)$$

onde σ_{vm} é a tensão máxima de von Misses, σ indica a tensão normal ao elemento e o subíndice a direção aplicada da tensão e τ indica a tensão de cisalhamento com o subíndice do plano de aplicação dela. No caso analisado, as tensões atuantes são exclusivamente normais, permitindo simplificar o modelo matemático. As condições adotadas para a análise são:

No caso de um tubo, as direções principais são a circunferencial, longitudinal e radial. Reescrevendo a equação de von Mises em função das direções principais pode se escrever como a equação

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_r^2 + \sigma_l^2 - \sigma_t \sigma_r - \sigma_l \sigma_t - \sigma_r \sigma_l} \quad (34)$$

A condição de escoamento ocorre quando a tensão de von Mises ultrapassa a tensão limite do material. Para evitar isso, a equação impõe que:

$$\sigma_{vm} < \frac{\sigma}{FS} \quad (35)$$

garantindo que o material não entre em regime plástico e a estrutura permaneça íntegra. O fator de segurança (FS) é uma medida de segurança em projetos estruturais, indicando a margem entre a tensão máxima suportada pelo material e a tensão real aplicada. Ele garante que a estrutura opere abaixo de seus limites de falha, mesmo em condições imprevistas.

2.8 DESIGN E CONSTRUÇÃO DE BOCAIS

2.8.1 Materiais de proteção Térmica

Como os motores foguete sólidos não atingem o equilíbrio térmico, a temperatura de todos os componentes expostos ao fluxo de calor aumenta continuamente durante a operação. Em projetos térmicos adequados, apenas as localizações críticas alcançam sua temperatura máxima permitida pouco tempo depois que o motor foguete para de operar. Os componentes do bocal contam com sua capacidade de absorção de calor (alta capacidade térmica e alta energia necessária para a decomposição do material) e transferência de calor lenta (bom isolamento com baixa condutividade térmica) para resistir às tensões e cargas impostas pelos gradientes térmicos (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

A temperatura máxima permitida para os materiais do motor é considerada como logo abaixo da temperatura em que ocorre a degradação excessiva (por exemplo, o material perde resistência, derrete, fica muito macio, racha, pirolisa, descola ou oxida rapidamente). As durações operacionais são, portanto, afetadas pelo design do bocal e pela quantidade de material absorvente de calor e isolante presente. De forma diferente, um dos principais objetivos de design aqui é chegar a um bocal com material absorvente de calor e isolamento apenas suficientes para que suas estruturas e juntas cumpram a função durante a duração da aplicação sob todas as

condições de operação prováveis, enquanto cumprem com as margens ou fatores de segurança exigidos (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Estimativas das temperaturas internas e distribuições de temperatura do bocal ao longo do tempo podem ser feitas utilizando software de elementos finitos bidimensional para análises de transferência de calor transiente. Após o disparo, os bocais resfriam conduzindo calor das partes internas mais quentes para as seções externas. Às vezes, essas peças externas acabarão excedendo seu limite de temperatura e sofrerão danos. Análises estruturais (de tensões e deformações) dos principais componentes do bocal são altamente interdependentes com as análises de transferência de calor, que determinam as temperaturas dos componentes. O projeto também deve permitir a Dilatação térmica e a expansão diferencial de partes adjacentes (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

2.8.2 Materiais Ablativos

Esses materiais comumente usados em bocais de motores de foguete também são usados em alguns isoladores. Eles são geralmente feitos de um material composto com fibras orgânicas ou inorgânicas de alta resistência a altas temperaturas, como vidro de sílica de alta temperatura, aramidas (Kevlar) ou fibras de carbono, impregnadas com materiais plásticos orgânicos como resinas fenólicas ou epóxi. As fibras podem ser filamentos individuais ou faixas (aplicadas em um padrão geométrico em uma máquina de enrolamento), ou podem vir como um tecido ou fita tecida, todos impregnados com resina (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Ao iniciar o foguete, os materiais ablativos atuam como um dissipador térmico, mas sua baixa condutividade faz com que a temperatura de sua superfície aumente rapidamente. Em temperaturas de 650 K a 800 K, algumas resinas começam a se decompor em um carvão poroso carbonáceo e em gases pirolisados. À medida que a profundidade da carbonização aumenta, esses gases passam por um processo de craqueamento endotérmico enquanto percolam através da carbonização em uma direção contrária ao fluxo de calor. Esses gases então formam uma camada limite artificial protetora, relativamente fria, mas frágil e rica em combustível, sobre a carbonização (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Como o grafite é quase todo composto por carbono e pode suportar até 3500 K, camadas de carvão poroso permitem que a superfície original seja mantida (mas com uma textura superficial áspera) e fornecem integridade geométrica. No entanto, o carbono do carvão pode ser oxidado por certas espécies de gases de combustão, caso em que há uma regressão lenta da superfície carbonizada.

3 METODOLOGIA

Neste trabalho, será realizada uma análise termoestrutural de um bocal de foguete experimental, com o objetivo de avaliar se sua estrutura é capaz de resistir às temperaturas e pressões geradas durante a queima do motor. A análise será baseada em cálculos analíticos, empregando o modelo desenvolvido pela equipe de foguete modelismo universitário, que inclui a geometria e o material do bocal.

O bocal é inteiramente feito de aço estrutural AISI 1020, cujas propriedades mecânicas e térmicas, como condutividade, capacidade térmica, massa específica e limite de escoamento, influenciam diretamente no seu comportamento térmico e estrutural. As condições de contorno utilizadas serão baseadas em dados obtidos a partir do projeto do bocal e das especificações do foguete. A metodologia será dividida em três etapas principais:

1. Primeira etapa: análise do escoamento do gás ejetado - Nesta etapa, serão calculadas as propriedades do gás ao longo do bocal, como velocidade, massa específica, temperatura e pressão. Esses dados permitirão entender o comportamento do fluido em contato com a estrutura do bocal. Os valores de pressão, velocidade, temperatura e massa específica na garganta do bocal serão obtidos através do software RPA (*Rocket Propulsion Analysis*), e a comparação será feita nos gráficos.
2. Segunda etapa: cálculo da temperatura do bocal - A partir das propriedades obtidas na primeira etapa, será calculada a transferência de calor em cada seção ao longo do bocal. Isso permitirá realizar uma análise detalhada das variações térmicas ao longo da estrutura.
3. Terceira etapa: cálculo da deformação do bocal - Com base no perfil de pressão obtido na análise do escoamento, serão calculadas as tensões resultantes ao longo de cada seção do bocal. A variação do limite de escoamento, influenciada pela temperatura calculada na segunda etapa, será analisada para avaliar as condições de deformação ao longo do bocal.

Todos os cálculos analíticos foram realizados no Microsoft Excel. As funções e fórmulas utilizadas para os cálculos estão detalhadas no Apêndice A,. As condições de contorno foram extraídas do software OpenMotor, que foi desenvolvido pela equipe para simular o motor e o perfil do bocal. Adicionalmente, dados característicos do gás foram obtidos através do software RPA (Rocket Propulsion Analysis), especializado na modelagem de motores de foguete.

O RPA é amplamente utilizado na análise e no projeto de sistemas de propulsão de foguetes, permitindo calcular o desempenho de motores que utilizam combustíveis líquidos, sólidos e híbridos. Ele realiza simulações termodinâmicas e químicas, determinando parâmetros cruciais como empuxo, impulso específico, temperatura da câmara de combustão, velocidade característica e as propriedades dos gases ao longo do bocal, como pressão, densidade e velocidade. Embora simplifique fenômenos como a transferência de calor e efeitos viscosos, o software oferece resultados confiáveis para cálculos iniciais e é útil no dimensionamento de motores e validação de modelos analíticos, como os usados em análises termoestruturais de bocais (ROCKET PROPULSION ANALYSIS, 2024).

É importante ressaltar que, por se tratar de um método analítico, a metodologia apresenta limitações e é apenas uma aproximação da realidade. O escoamento do fluido é simplificado para uma situação ideal, considerando um ambiente isentrópico. Conseqüentemente, os cálculos de transferência de calor e análise estrutural podem apresentar desvios em relação ao comportamento real do sistema.

3.1 ESTUDO DE CASO: MOTOR DA EQUIPE ROCKETWOLF

A equipe universitária de foguete modelismo do CEFET/RJ tinha como objetivo projetar um foguete para competir na categoria 1000m AGL (acima do nível do solo) na competição LASC (Latin American Space Challenge). Por meio de cálculos e estimativas, o grupo determinou que o motor deveria carregar uma massa inerte de aproximadamente 4 kg.

3.1.1 Escolha do Propelente

O desenvolvimento do motor começou com a escolha do propelente. O manual de Design e Dimensionamento da competição específica que somente propelentes não tóxicos podem ser utilizados. Assim, o propelente escolhido para este projeto foi o KNSB, que utiliza nitrato de potássio como oxidante e sorbitol como combustível. A escolha desse propelente foi baseada na facilidade de obtenção ou produção dos seus componentes, além da segurança que proporciona.

Para determinar os dados iniciais do gás resultante da queima deste propelente, utilizou-se o software RPA (Rocket Propulsion Analysis). A tabela 1 mostra os dados iniciais utilizados no projeto do Motor.

Tabela 3 - Propriedades Termodinâmicas da combustão do propelente KNSB

Parâmetros	Valores	Unidades
Temperatura de combustão	1596,8051	K
Calor específico (Cp)	2,0418	$\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
Calor específico (Cv)	1,8015	$\text{kJ}/(\text{kg}\cdot\text{K})$
Gama	1,1334	
Peso molecular (M)	39,7706	
Massa Especifica	20,6536	kg/m^3

O motor foi desenvolvido com o auxílio do software OpenMotor e da planilha SRM.XLS. Definiu-se um tempo de queima de 1,26 segundos e uma pressão interna

na câmara de combustão de 6,8 MPa, com base no limite máximo de escoamento que a câmara e o material ablativo poderiam suportar. Com esses dados, foi possível calcular a massa dos grãos e sua geometria. Os resultados estão na tabela 2.

Tabela 4 - Dimensões do Grão Propelente

Parâmetros	Valor	Unidade
Diâmetro Externo	43,64	mm
Diâmetro interno (Alma)	19,05	mm
Comprimento do Grão	100,00	mm
Quantidade de Grãos	3	3
Massa total de propelente	602 ,00	g
kN	410	410

Com a planilha SRM.XLS, a geometria do bocal foi determinada após otimização com o software OpenMotor. Foram definidos os ângulos de convergência e divergência do bocal. Para determinar a geometria, consideraram-se as características do propelente KNSB, sua geometria, a pressão e a temperatura da câmara de combustão, e a densidade do fluido na câmara, conforme mostrado na tabela abaixo. A pressão atmosférica foi considerada constante devido ao curto período em que o foguete estará em sua fase propulsiva.

Tabela 5 - Geometria do Bocal de-Laval Cônico projetado

Parâmetros	Valor	Unidade
Diâmetro da Câmara (Dc)	42,00	mm
Diâmetro da Garganta (Dt)	9,85	mm
Diâmetro da Saída (De)	32,00	mm
Meio Ângulo Alpha	60°	
Meio Ângulo Beta	24°	

Comprimento Total (Lo)	81,95	mm
------------------------	-------	----

Por fim o Modelo do Bocal foi desenvolvido um software de modelagem 3D, e foram definidos o tipo de fixação e vedação do Bocal com a câmara. A espessura da parede da seção divergente também foi definida para garantir a resistência, mas não foi realizado nenhum cálculo sobre sua eficiência nesta etapa. Na figura 26 está à vista de corte do perfil do bocal.

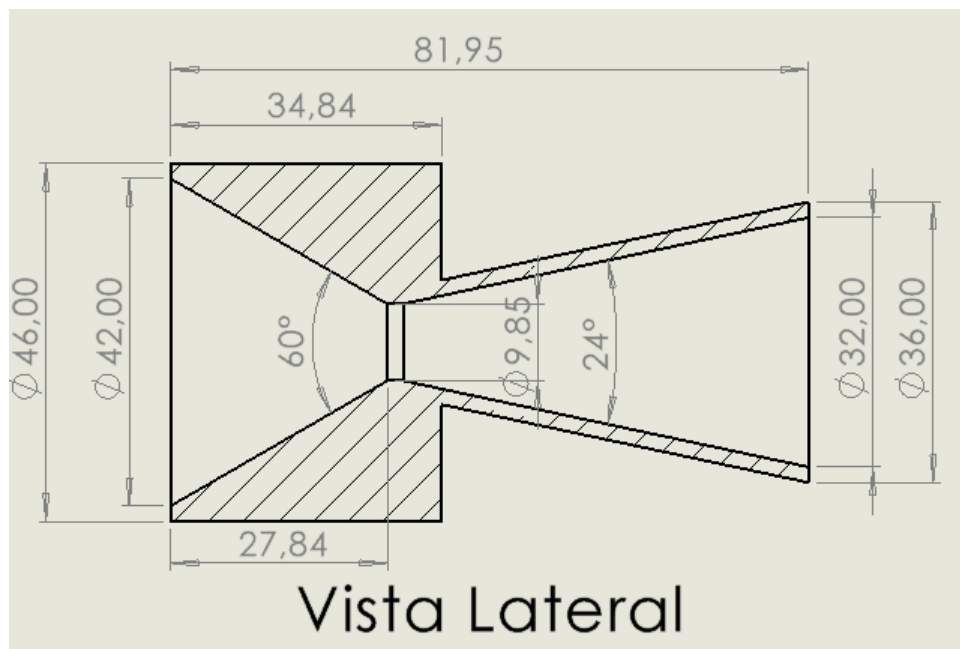


Figura 24 – Corte da vista lateral do bocal da equipe Rocketwolf

O material selecionado para a construção do bocal foi o aço estrutural ASTM AISI 1020, amplamente utilizado devido à sua versatilidade e aplicação em diversas áreas industriais. A escolha deste material foi fundamentada principalmente em sua ampla disponibilidade no mercado e baixo custo, fatores determinantes para o projeto. Considerando que não foi adotado um método de dimensionamento específico para o bocal, a seleção do aço teve como critério a sua capacidade de resistir a elevadas tensões resultantes, minimizando os riscos de falha estrutural, além de ser economicamente viável em caso de necessidade de reposição. Aspectos como a redução de peso e, conseqüentemente, a otimização da eficiência geral do motor foram considerados secundários no contexto deste projeto.

Tabela 6 - Propriedades do aço SAE 1020

Parâmetros	Valor	Unidade
Limite de escoamento	275	MPa
Resistência à tração	475	MPa
Densidade	7,87	g/cm ³
Condutividade térmica	51,9	W/m-K
Capacidade térmica	0,599	J/g-°C
Temperatura de fusão		

A peça foi adquirida em formato de tarugo e passou por um processo de usinagem, resultando em superfícies internas lisas. Essa característica foi projetada para minimizar a interação entre o fluxo de gases e as paredes do bocal, reduzindo perdas por choque e garantindo melhor desempenho no escoamento. Essa abordagem, embora simples, contribui para o alinhamento com os objetivos do projeto e o aproveitamento eficaz dos recursos disponíveis.

4 MODELO ANÁLITICO

4.1 CÁLCULO DAS CONDIÇÕES DO ESCOAMENTO

Neste trabalho, o processo que o gás gerado pela combustão do propelente realiza é fundamental para determinar a condição termo estrutural. Entender o comportamento que ele possui em cada seção é a primeira etapa dos cálculos realizados em seguida. Para modelar essas condições algumas simplificações serão realizadas, de acordo a seção 2.4 que detalha o escoamento em bocais.

Assumindo todas as condições é possível utilizar as equações de pressão, temperatura, massa específica isentrópica. Dessa forma é possível descrever cada uma dessas propriedades ao longo do bocal, pelo número de Mach.

Caso essas condições ideais não fossem atendidas, a análise do escoamento seria significativamente afetada. A presença de atrito nas paredes reduziria a eficiência da expansão e alteraria a velocidade do gás, enquanto perdas térmicas modificariam a distribuição de temperatura ao longo do bocal. Além disso, ondas de choque ou descontinuidades poderiam causar variações abruptas nas propriedades

do fluxo, introduzindo cargas térmicas e mecânicas adicionais na estrutura.

Outro fator relevante seria a ausência de equilíbrio químico, que resultaria em mudanças na composição do gás ao longo do escoamento, impactando a precisão das equações utilizadas. Além disso, efeitos tridimensionais e transitórios poderiam comprometer a validade da abordagem unidimensional adotada no estudo.

Dessa forma, embora o modelo analítico forneça uma estimativa inicial para o comportamento do escoamento, desvios em relação às condições assumidas poderiam levar a diferenças entre os resultados teóricos e os observados na prática. Isso reforça a importância de validações experimentais e comparações com métodos numéricos mais detalhados para garantir a precisão da análise termoestrutural do bocal de Laval.

Com o número de Mach pode-se realizar uma associação com o comprimento do bocal, pela equação que descreve a área. Esta relação Mach x comprimento, vai permitir também que todas as propriedades sejam calculadas nos passos seguintes desse trabalho.

$$C_x = \frac{(R_1 - R_*)}{\tan 30^\circ} - \frac{(R_x - R_*)}{\tan 30^\circ} \quad (36)$$

$$C_x = \frac{(R_x - R_*)}{\tan 12^\circ} - C_* \quad (37)$$

Sendo C_x o valor do comprimento ao longo do bocal, R_x o valor do raio ao longo do bocal, R_1 o raio no início do bocal, R_* o valor do raio na seção da garganta, C_* o comprimento do bocal até o início da garganta.

Tabela 7 - Valores para cálculo do comprimento do bocal em função do raio

Parâmetros	Valor	Unidade
Raio Inicial	21	mm
Raio da Garganta	4,95	mm
Comprimento no início da Garganta	27,84	mm
Ângulo da seção Convergente	30°	
Ângulo da seção Divergente	12°	

4.2 CÁLCULO DA TEMPERATURA DO BOCAL

O passo seguinte é definir a temperatura que o sólido chega após a combustão completa do propelente. O cálculo desta propriedade é significativo no cálculo já que a temperatura define o limite de escoamento do material. Sendo assim, o tempo de transferência e a quantidade de calor transferido serão fatores determinantes para este trabalho.

O tempo de transferência para ser determinado vai ser aquele que apresenta a pior condição possível em relação à pressão aplicada. O motor construído pela equipe, apresenta o tipo de queima progressiva que aumenta a pressão conforme o tempo. O gráfico mostra dois momentos em que a pressão está no máximo em aproximadamente 1,1 segundos.

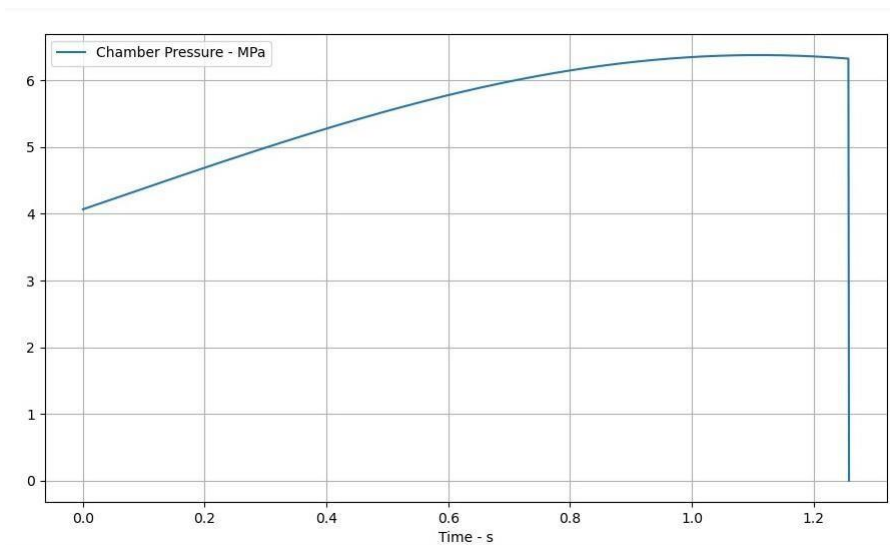


Figura 25- Curva de Empuxo do Bocal (feita pelo autor)

Para modelar a transferência nessa situação, este trabalho considera que há convecção forçada entre o fluxo interno de gás e a parede do bocal. Os efeitos da possível radiação entre o fluido e o bocal ou da câmara com o bocal, e condução entre outras partes e o bocal serão ignorados a fim de simplificar o problema. A transferência entre o próprio bocal e o exterior será ignorada.

4.2.1 Escolha do Mecanismo de Transferência de Calor

O método escolhido para determinar a temperatura final do bocal é o da capacitância global. Este método considera um modelo de transferência de calor transiente, no qual o calor se acumula no bocal até que se atinja o equilíbrio térmico. Além disso, trata-se de uma abordagem transiente simples e viável para ser calculada analiticamente.

O método assume que haverá uma distribuição uniforme de temperatura ao longo da espessura do bocal, o que o torna mais adequado para situações em que o material possui alta condutividade térmica e baixa massa.

Neste trabalho, o bocal é relativamente menor do que os modelos convencionalmente utilizados na indústria, e o material escolhido é um metal com boa condutividade térmica. No entanto, a alta temperatura dos gases provenientes da combustão cria um ambiente com elevada taxa de transferência de calor, o que pode gerar gradientes térmicos significativos nas paredes do bocal, especialmente nas seções mais espessas.

Para avaliar essa possível imprecisão, será calculado o fator de Biot em cada seção.

Tabela 8 - Condições de Contorno da transferência de Calor

Parâmetros	Valor	Unidades
Tempo de Aquecimento	1,1	s
Temperatura Inicial do Gás	1596,8051	K
Temperatura do Sólido	298	K
Densidade do AISI 1020	7850	Kg/m ³
Capacidade térmica do sólido	51,9	W/m ³ -K

4. 2. 2 Escolha do Coeficiente de convecção

Para a escolha do coeficiente de convecção, foram consideradas 3 características:

- 1 Ser um coeficiente aplicado a bocais,
- 2 Ter seu calculo analítico para ter aplicação simplificada ao modelo do trabalho,

3 Demonstrar aplicação nos últimos trabalhos existentes sobre o tema.

Pelo trabalho de Ahmad et al. (2002), comparação feita entre 8 métodos de cálculo da convecção para bocais de foguete, o método 8, baseado em dados pós-teste de ignição de motores, apresenta os resultados mais próximos da

realidade. Logo após, os métodos 1 (CFD) possui os melhores resultados. No entanto, tais métodos são muito complexos, o que dificulta a sua aplicação em projetos mais simples, como o de motores universitários. Dessa forma, foram descartados estes dois e os outros 6 métodos analíticos comparados a esse para validação.

Para este trabalho, utilizou-se a correlação de Bartz. Esse método se mostrou uma opção bastante adequada, pois superestima a temperatura na região da garganta em 26% quando comparado ao método 8 (dados empíricos), e em 2,8% em relação ao método 1 (CFD). Além disso, esse método tem sido utilizado em vários trabalhos recentes de análises termoestruturais em bocais. Abaixo, a tabela mostra os valores utilizados para cada parâmetro na fórmula 32 da correlação de Bartz.

Vários estudos na área termoestrutural de bocais de motores de foguetes utilizam a correlação de Bartz para determinar o coeficiente de convecção, o que demonstra a validade dele estimando o coeficiente de convecção em análises recentes de foguetes.

BANOTH (2018) utilizou a correlação de Bartz em sua análise estrutural de bocal de foguete, aplicando o coeficiente de convecção obtido dessa correlação para modelar as trocas térmicas entre o fluxo de gás e a superfície do bocal. Da mesma forma, WANG et al. (2021) também empregaram a correlação de Bartz para calcular o coeficiente de convecção na análise de resistência térmica do bocal de um motor de foguete de propelente sólido, considerando o comportamento acoplado entre o fluido, o térmico e a estrutura. Além disso, SUN et al. (2016) adotaram a mesma correlação para determinar o coeficiente de convecção em seu estudo sobre a resposta termoestrutural de bocais de motores de foguete, especificamente no que diz respeito aos efeitos causados pelas lacunas e pelo design dessas estruturas. Esses trabalhos destacam a importância da correlação de Bartz como uma ferramenta eficaz para modelar a transferência de calor, proporcionando resultados mais precisos para a análise e o design de motores de foguetes.

4.3 CÁLCULO DA TENSÕES ESTRUTURAIS

4.3.1 Determinação da Tensão Limite de Escoamento do Material

Neste trabalho pela grande diferença do gradiente térmico da parede do bocal, será utilizada a Norma NIST para determinação do valor dessa tensão em cada seção do Bocal, dada pela eq. (36). A norma NIST pode ser utilizada para o aço AISI SAE 1020 pela sua classificação como aço estrutural, que são base a de dados experimentais utilizadas na norma.

Os fatores escolhidos para serem utilizados na equação neste trabalho foram os Ordinários, a tabela abaixo mostra os valores de cada fator:

Tabela 9 - Tabela dos Fatores para o cálculo da Norma NIST
Tabela dos Fatores para o cálculo da Norma NIST

Parâmetros	Valores
r1	7,514
r2	1,000
r3	588
r4	676
r5	0,090

4.3.2 Determinação das Tensões Atuantes no Bocal

A avaliação das tensões no bocal exige a definição do carregamento aplicado. Na seção de análise do escoamento, já foi determinada a variação da pressão estática ao longo do bocal. Assim, considerar-se-á apenas o carregamento interno descrito pela equação 44.

A hipótese de vaso de pressão de paredes grossas será utilizada, focando nas tensões radiais σ_r , tangenciais σ_t e longitudinais σ_l . Devido à alta diferença de pressões, despreza-se a pressão externa para simplificar o modelo. Sendo R_i o raio interno do bocal e R_o o raio externo, as tensões calculadas serão avaliadas por cada seção do bocal, levando em consideração a variação do raio interno e externo

4.4.3 Determinação da Tensão Resultante no Bocal

Para avaliar a integridade estrutural de um componente submetido a altas pressões internas, como um bocal, é necessário calcular as tensões equivalentes. O aço SAE AISI 1020, utilizado na fabricação do componente, é um material dúctil em temperatura ambiente, o que justifica o uso do critério de von-Mises, amplamente aplicado para prever falhas em materiais com essas características.

Trabalhos com foco na área termoestrutural utilizam o critério de von Mises para definir a tensão resultante em estruturas expostas a condições extremas. Um exemplo disso pode ser visto no estudo de SUN Lin et al., que aplicam o critério de von Mises para analisar a estrutura do bocal de um motor de foguete, levando em consideração os efeitos térmicos e estruturais resultantes da operação do motor (SUN Lin et al., 2024).

O critério de falha adotado será calculado pela razão entre o a tensão limite de escoamento local e a tensão equivalente de von Mises. Neste trabalho essa razão será utilizada como parametro de resistencia a cada região, para permitir a visualização dos efeitos da temperatura em cada seção do bocal. Sendo assim, no contexto da discussão dos resultados a palavra 'Fator de Segurança', será definido localmente, por seção como a razão entre os dois parametros citados

O fator adotado é $n=2$, em conformidade com as normas e exigências do projeto para a competição *Latin American Space Challenge* definido no documento de Design e Dimensionamento.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados da análise do escoamento pelo bocal são de grande importância para os cálculos de transferência de calor e deformação feitas em seguida. Os valores calculados precisam ser precisos e demonstrar o valor conforme a teoria proposta nesse trabalho.

5.1 RESULTADOS DO CÁLCULO DO ESCOAMENTO

A primeira análise realizada abordou o escoamento, calculando a variação do número de Mach ao longo do comprimento do bocal pela equação 17 da seção 2.5. Na Figura 26, observa-se o ponto em que o fluido atinge Mach = 1, correspondente ao comprimento de 27,86 mm. Este valor está em concordância com a geometria apresentada na Figura 26, onde a garganta do bocal se inicia no ponto 27,84 mm, caracterizando a região da menor área. Após esse ponto, ocorre a expansão do gás, acompanhada de sua aceleração. Esses resultados refletem o comportamento típico de bocais de Laval, confirmando a coerência do modelo estudado.

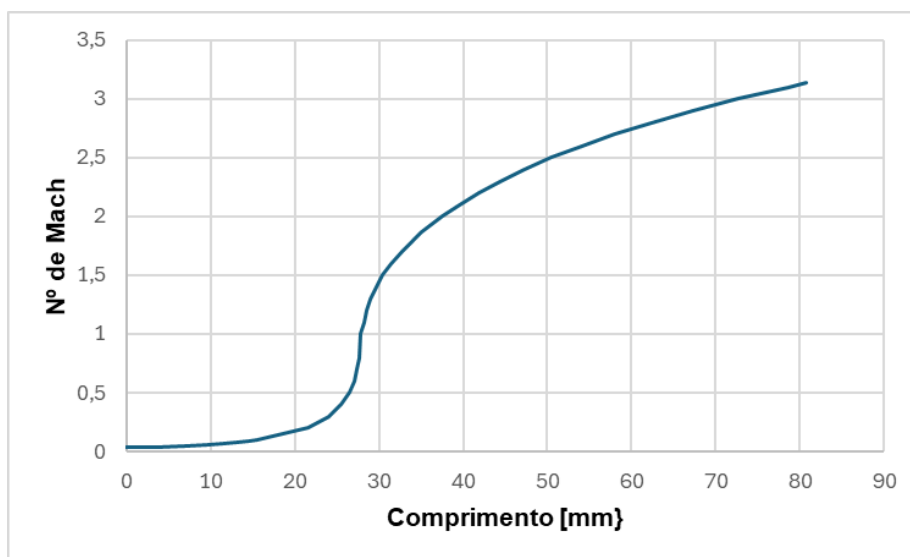


Figura 26 - Variação do Número de Mach ao Longo do Bocal

A partir do número de Mach, foram calculados os valores de temperatura, massa específica e pressão ao longo do bocal pela equação 14 da seção 2.5. A Figura

27, apresenta a variação de temperatura ao longo do comprimento do bocal, evidenciando o comportamento característico de redução gradual da temperatura à medida que o gás se expande. Nas regiões próximas à câmara de combustão, os valores de temperatura são mais elevados. Na seção da garganta, a temperatura é de 1501,63 K, que está próximo a temperatura calculada pelo RPA, representada pela linha vermelha. Em um ponto de variação de espessura no comprimento de 34,84 mm, a temperatura é de 1300,05 K. Na seção divergente, observa-se uma variação de temperatura de 441,32 K, resultando em uma temperatura final de 964,52 K.

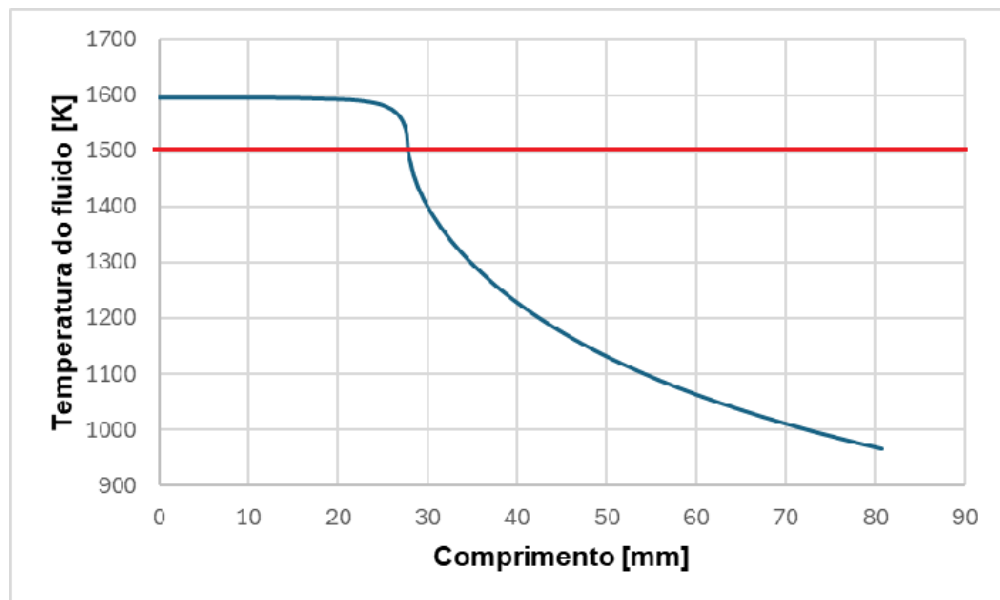


Figura 27 - Variação de Temperatura do fluido ao Longo do Bocal

Na Figura 28, observa-se que, assim como a temperatura, a pressão apresenta uma redução gradual ao longo do bocal da equação 15 da seção 2.5. Na garganta, a pressão é de 3,98 MPa, valor consistente com o obtido pelo software RPA, representado pela marcação na linha vermelha. A variação de pressão na seção convergente é de 2,90 MPa, enquanto na seção divergente ocorre uma redução de 3,89 MPa, evidenciando o comportamento típico do escoamento em bocais.

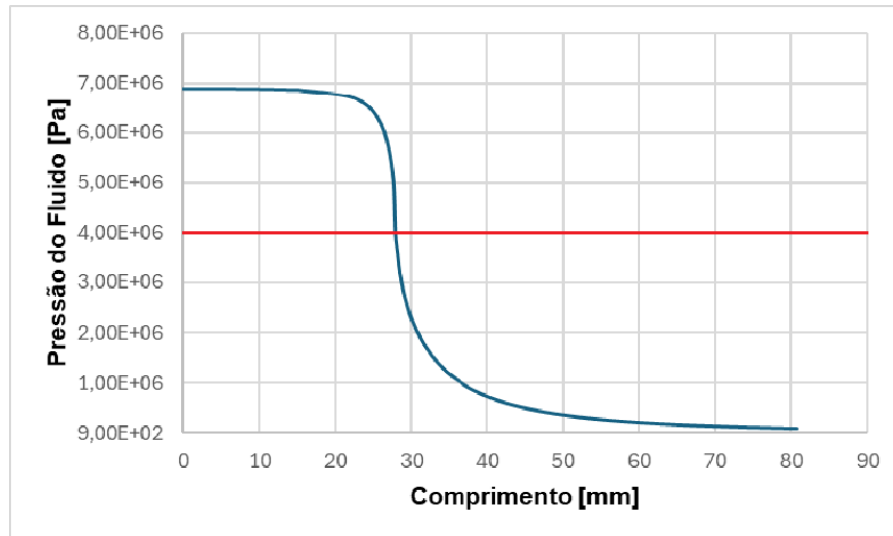


Figura 28 - Variação de Pressão do Fluido ao longo do Bocal

Na Figura 29, a variação da massa específica segue a tendência observada nos outros dois parâmetros, diminuindo gradualmente ao longo do bocal pela equação 16 da seção 2.5. Essa redução reflete a expansão dos gases e o comportamento esperado em um bocal de Laval. Na garganta, a massa específica é de $12,73 \text{ kg/m}^3$, valor em concordância com o encontrado no RPA de $12,72 \text{ kg/m}^3$, indicado pela linha vermelha. A variação da massa específica é de $7,91 \text{ kg/m}^3$ na seção convergente e

de $12,26 \text{ kg/m}^3$ na seção divergente, reforçando o efeito típico do escoamento em bocais.

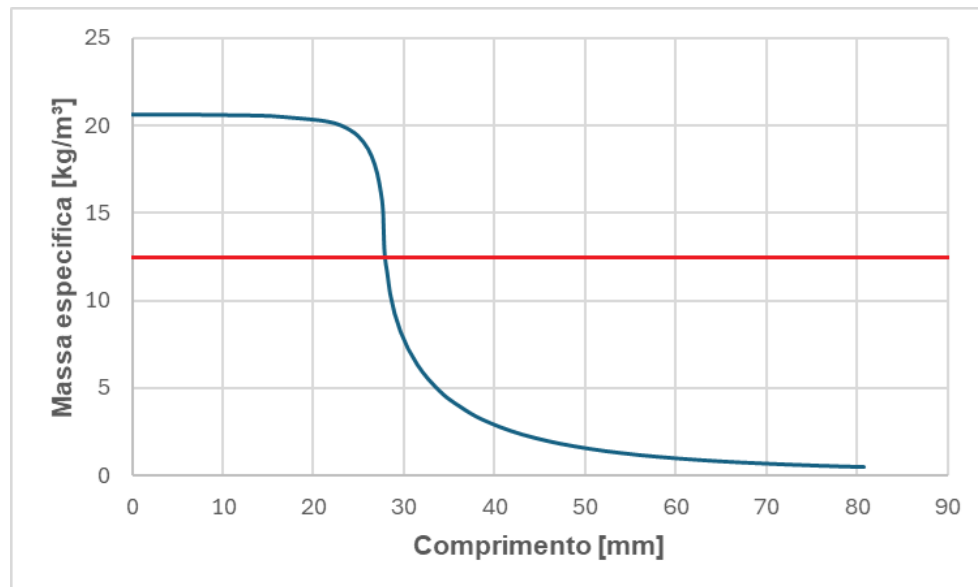


Figura 29 - Variação da Massa Específica do Fluido ao Longo do Bocal

A velocidade do fluido foi determinada a partir da velocidade do som local, calculada com base na variação da temperatura, e correlacionada com a variação do número de Mach, utilizando a equação 13 da seção 2.5. Como esperado, a velocidade do gás aumenta significativamente ao longo do comprimento do bocal. Ao relacionar o comportamento desse gráfico com as três anteriores temperaturas, pressão e massa específica, observa-se uma coerência no comportamento típico do escoamento em

bocais de Laval, onde a expansão do gás resulta na aceleração do fluido e na redução dos demais parâmetros.

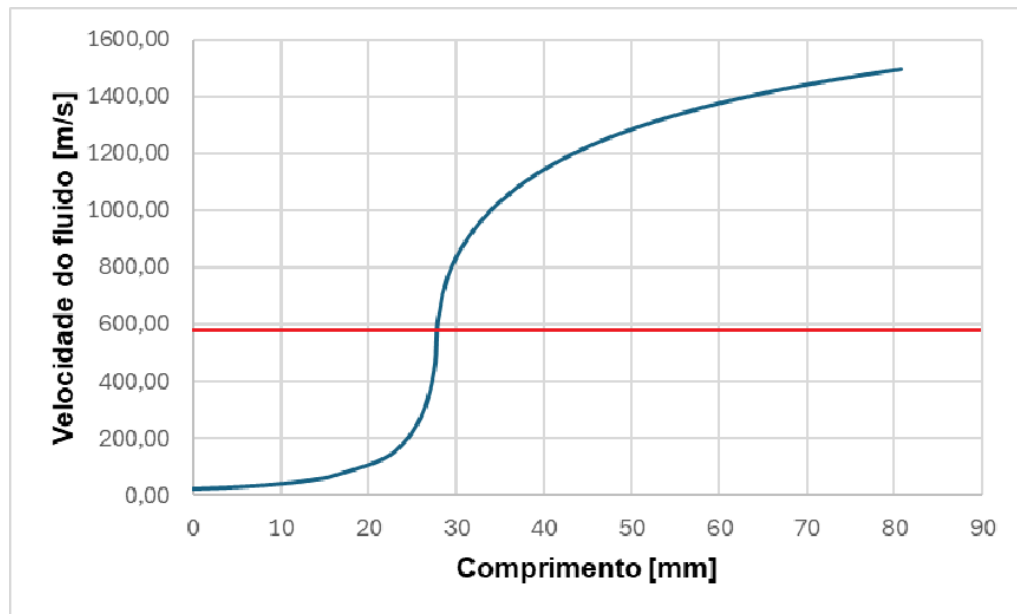


Figura 30 - Variação da Velocidade do Fluido ao Longo do Bocal

5.2 RESULTADOS DO CÁLCULO DA TEMPERATURA

Com os resultados dos cálculos da transferência de calor proveniente da convecção entre gás de exaustão de parede do bocal, foi identificado a variação de temperatura ao longo do comprimento do bocal, resultante das diferentes condições do fluido em cada seção. Na figura 31, é possível visualizar o perfil de temperatura formado, feitos usando o método da capacitância global, representado pela dequação 32, .

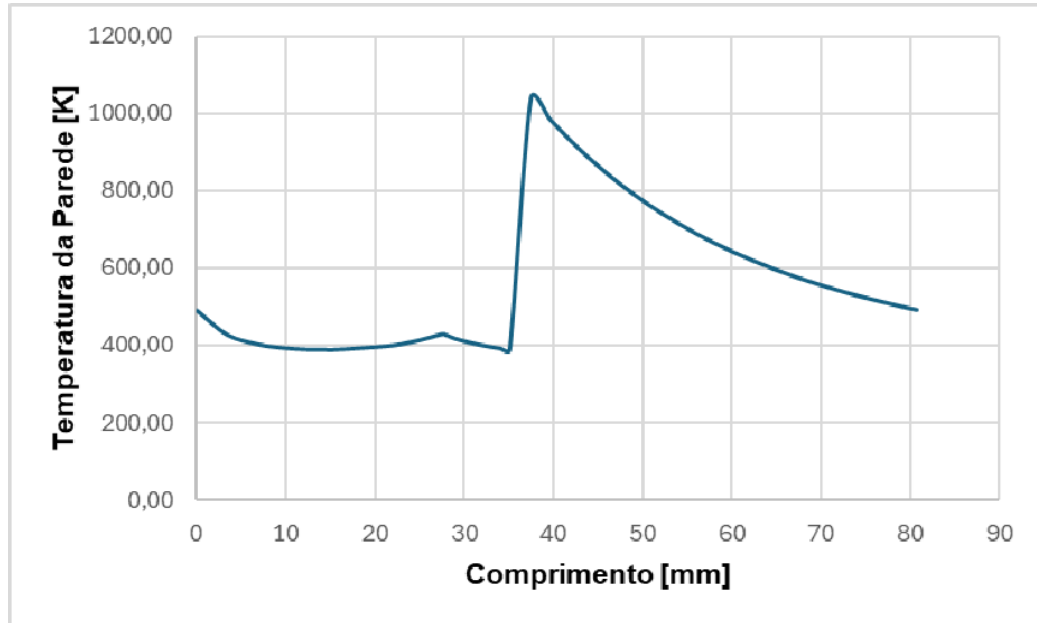


Figura 31 - Variação da Temperatura da Parede ao Longo do Bocal

A partir da figura é possível ver que o ponto crítico de aquecimento do aço SAE 1020 é na seção de mudança de espessura logo após a garganta. Para entender melhor quais parâmetros influenciaram esses resultados, o perfil de convecção ao longo do bocal, calculado utilizando a correlação de Bartz, utilizando as equações 34 e 35, presente na figura 32, mostra que os maiores valores de coeficiente de convecção estão presentes próximos da região da garganta sendo o ponto exato da seção da garganta, a zona com maior potencial.

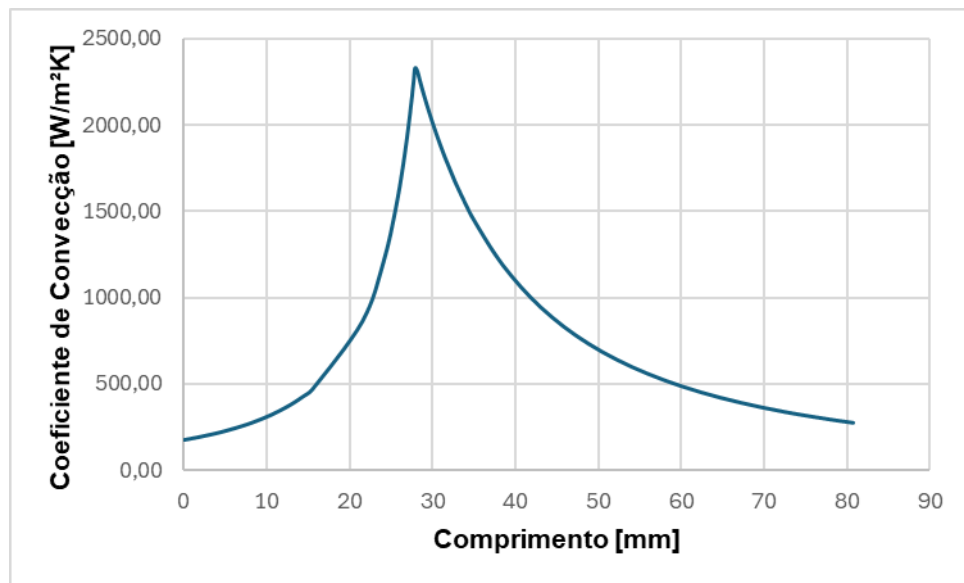


Figura 32 – Variação do coeficiente de condutividade ao longo do comprimento do bocal

No entanto, alguns fatores reduziram a taxa de aquecimento nesse ponto. O primeiro fator foi a área de transferência, menores áreas diminuem a área de transferência, sendo que a regiões no entorno da garganta possuem as menores áreas circunferências de transferência. Essa área é definida como a circunferência da seção $2\pi R$.

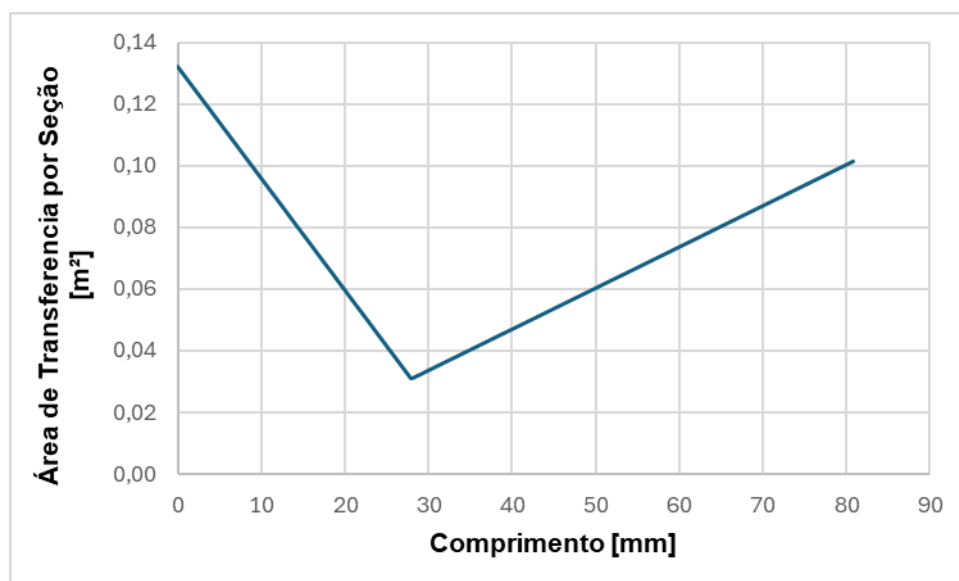


Figura 33 - Variação da Área de Transferência de Calor

O segundo fator é quantidade de massa, quanto mais massa menor será o aquecimento. Na figura 34, mostra que a maior espessura do bocal, portanto a com

maior massa é a seção da garganta e o entorno até o ponto onde a seção de fixação externa do bocal termina. Esse fator explica o porquê deste ponto na seção divergente ser o com maior aquecimento presente, pela combinação de baixa massa ou espessura e pelo alto coeficiente de convecção. A massa é calculada como a área entre o raio externo e interno.

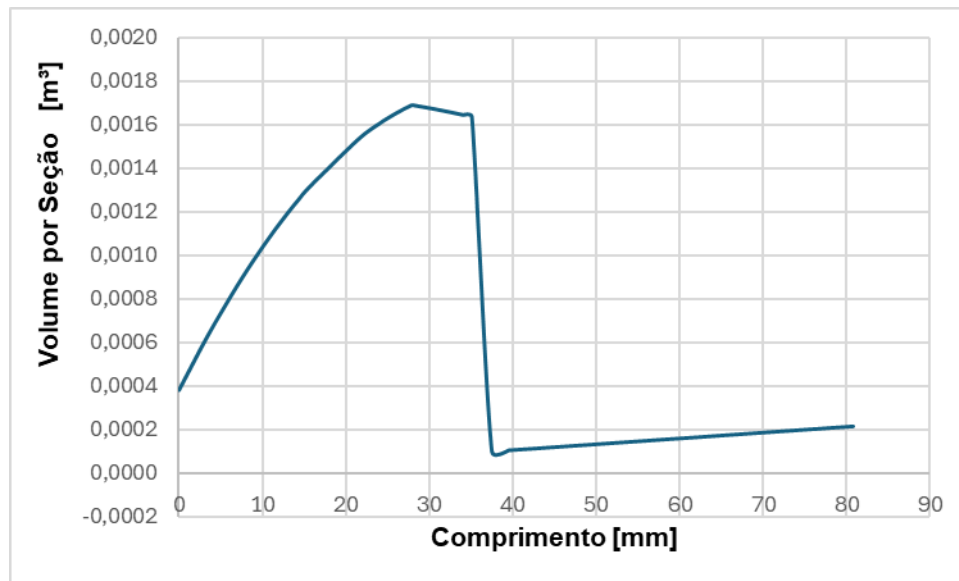


Figura 34 - Variação do Volume por Seção de Bocal

O cálculo do fator do Biot, usando a equação 35, é exposto na figura 38, sabendo que a 0,1, é perceptível que existe grandes inadequação do cálculo da temperatura nas seções de maior espessura. Isso indica um gradiente de temperatura nessas seções.

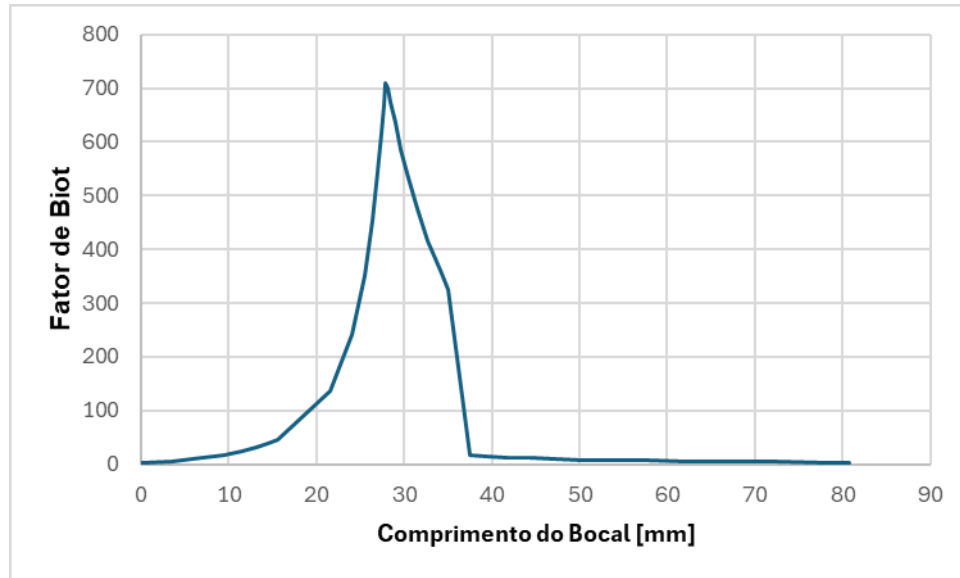


Figura 35 - Variação do Fator de Biot por Seção

5.3 RESULTADOS DO CÁLCULO DA DEFORMAÇÃO

A última etapa deste trabalho foi a determinação da condição estrutural do bocal. As figuras 36, 37, e 38 demonstram os valores das tensões longitudinal, radial e tangencial respectivamente ao longo do comprimento do bocal. Como foi indicado na seção anterior, esses valores foram obtidos por meio da teoria de vasos de pressão de paredes grossas. O comportamento apresentado mostra que os maiores valores de tensão longitudinal e radial são de 14,95 MPa e 15,36 MPa, respectivamente. A seção da garganta possui o menor valor da

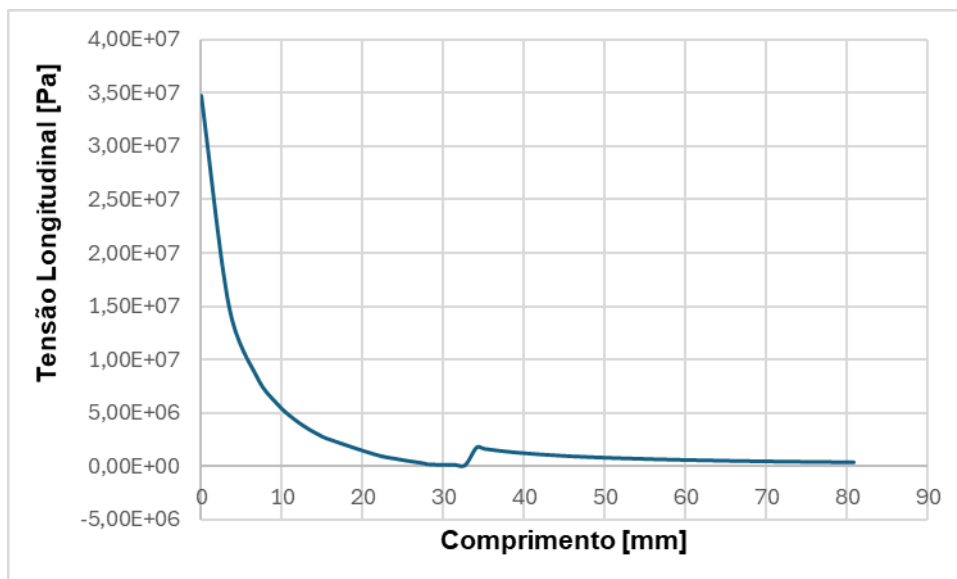


Figura 36 – Variação da Tensão Longitudinal no Bocal

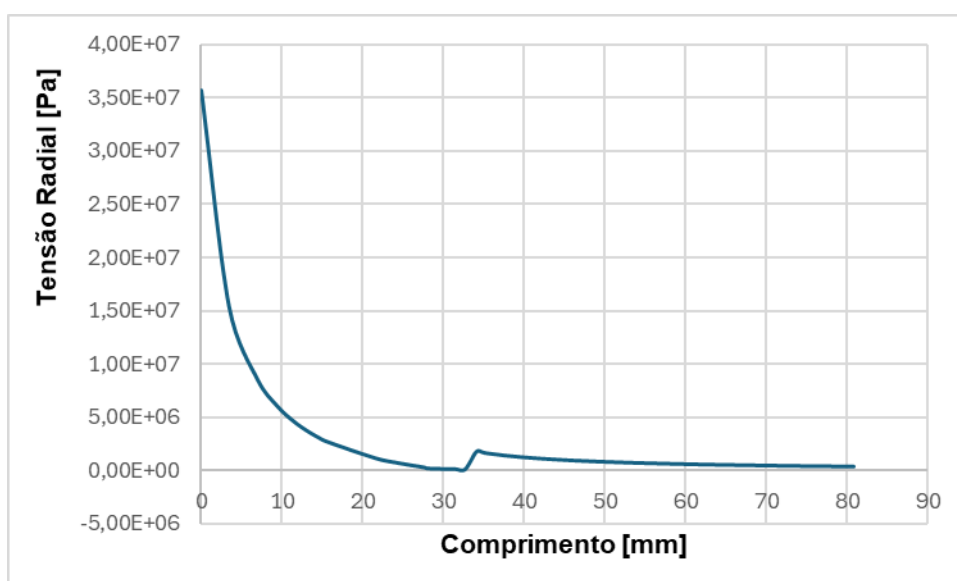


Figura 37 – Variação da Tensão Radial no Bocal

De acordo com a figura 38, os valores da tensão tangencial ou circunferencial, mostram valores de $-6,8$ MPa nas seções iniciais do bocal. Uma grande variação da tensão tangencial à medida que ocorre a mudança de seção convergente e divergente, com a seção da garganta com valores de -4 MPa. Na seção divergente ocorre uma estabilização dos valores de tensão -1 MPa e $0,095$ MPa. Não ocorrem

pontos de inflexão mesmo com a mudança de espessura da seção de fixação no ponto 34,84 mm.

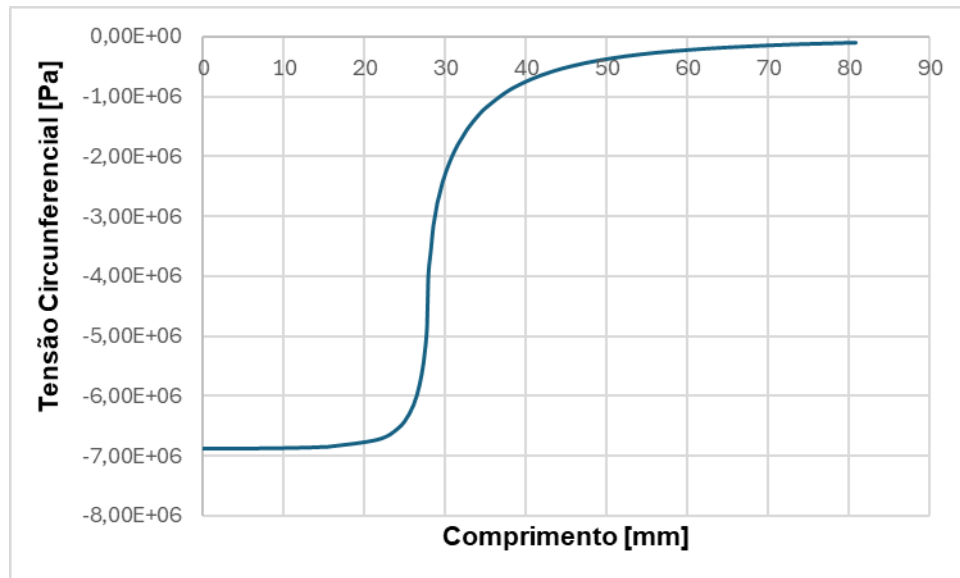


Figura 38 – Variação da Tensão Tangencial ao longo do Bocal

A figura 39 mostra a tensão resultante no bocal. Seguindo o comportamento a os maiores valores de tensão se encontram no início do bocal pela proximidade da tensão da câmara de combustão, o valor no ponto máximo é de 42 MPa. A tensão decresce à medida que a seção da garganta se aproxima, o valor da garganta é de 4,18 MPa.

A tensão contínua decrescendo até o ponto de 34,84, onde acontece uma mudança súbita de 1,65 MPa para 3,06 MPa, isso acontece devido a diminuição na espessura do bocal. Entretanto os valores da tensão vão diminuindo à medida que o diâmetro do bocal aumenta com seu comprimento.

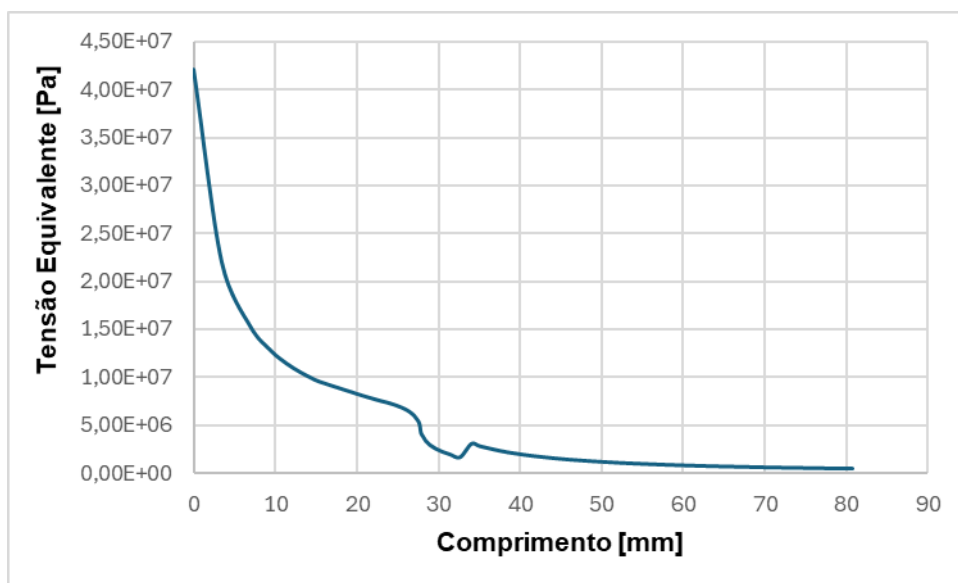


Figura 39 - Variação da Tensão Equivalente ao longo do Bocal

A figura 40 mostra o resultado da aplicação da norma NIST para mudança da tensão limite de escoamento pelo efeito da temperatura em que o aço chega, utilizando a equação 36 deste trabalho. Os resultados do gráfico mostram que a redução maior é após a seção de fixação, isso ocorre devido as temperaturas maiores na seção.

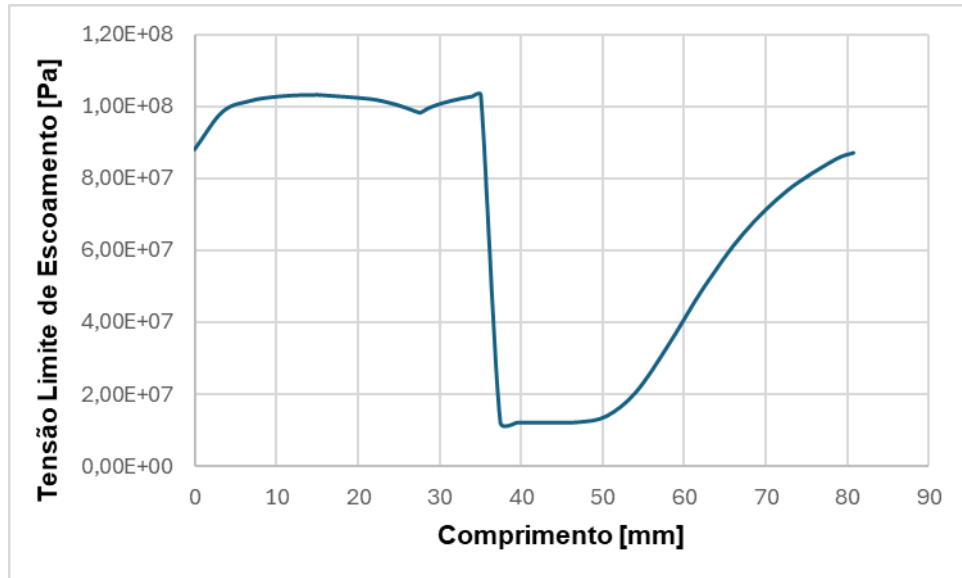


Figura 40 - Variação da Tensão Limite de Escoamento ao longo do Bocal

A figura 41 é representada o fator de segurança do bocal, porém sem a influência da temperatura do bocal. Esse gráfico é simplesmente os efeitos da pressão do fluido aplicados ao bocal utilizando a teoria dos vasos de pressão de paredes grossas e a tensão equivalente de von Mises ao aço 1020 a temperatura ambiente de 272 MPa.

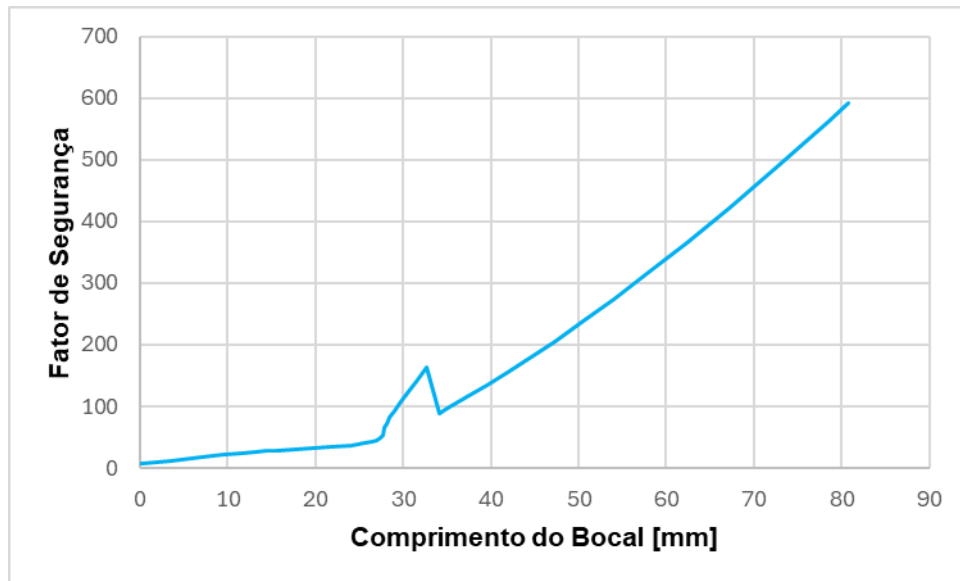
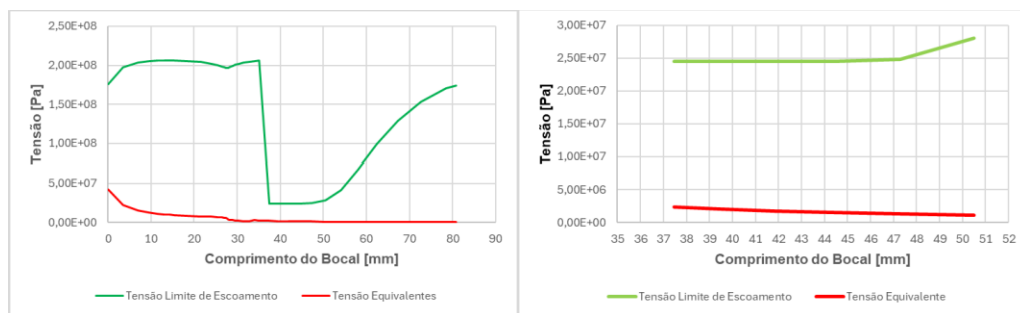


Figura 41 - Fator de segurança sem interferência da temperatura no limite de escoamento

5.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE TERMOESTRUTURAL

Comparando os resultados obtidos com a aplicação da norma NIST às condições de temperatura às quais o aço AISI 1020 é submetido, juntamente com a tensão equivalente calculada ao longo do bocal, foi possível avaliar o fator de segurança utilizando a equação 34. De acordo com as normas da competição, o fator de segurança deve atender ao critério $FS \leq 2$. Analisando os resultados, conclui-se que todas as seções do bocal estão adequadas para a competição, já que apresentam fatores de segurança superiores ao limite especificado.



(A)

(B)

Figura 42 - Comparação do Limite de Escoamento com Tensão Equivalente (A) Vista aumentada da seção (B)

Observando a distribuição ao longo do bocal, nota-se que o menor fator de segurança ocorre no início da garganta, com um valor de 4,18. Outro ponto com fator de segurança relativamente baixo é a seção logo após a zona de fixação, que apresenta um valor de 10,51. Por outro lado, as seções menos suscetíveis ao escoamento estão localizadas na seção final divergente, a 80,76 mm, onde o fator de segurança atinge 378,59. Além disso, destaca-se a seção localizada a 32,66 mm, entre a garganta e o final do ponto de fixação, que possui um fator de segurança de 123,37. Esses resultados indicam que a estrutura do bocal apresenta ampla margem de segurança em todas as regiões analisadas.

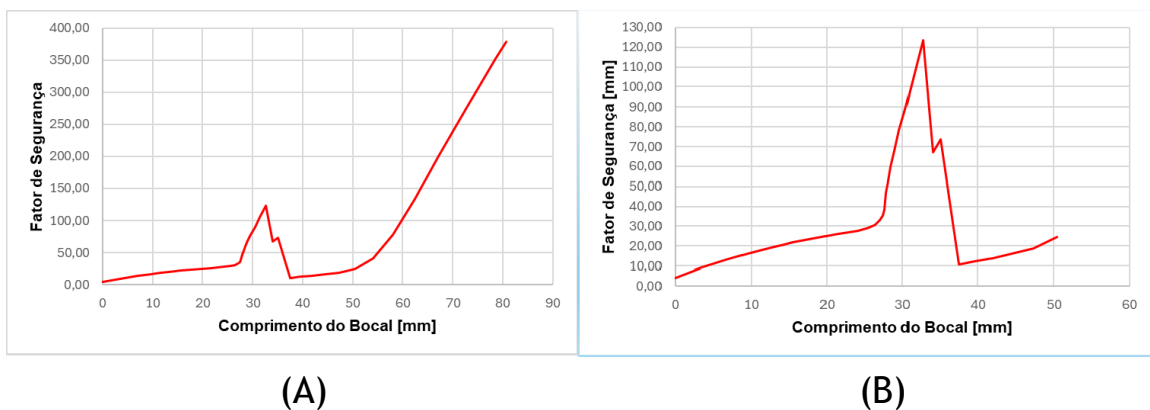


Figura 44– Fator de Segurança por Seção com influência da temperatura no limite de escoamento pela norma NIST (A) vista aumentada (B)

A figura 45 mostra os resultados da comparação das figuras 42 e 44, sendo a linha azul o limite de escoamento sem a influência da temperatura e a linha vermelha com a influência da temperatura utilizando a norma NIST. Esse gráfico evidencia a influência da temperatura sobre o fator de segurança, é possível notar a tendência do aumento na diferença na região divergente e próxima a garganta.

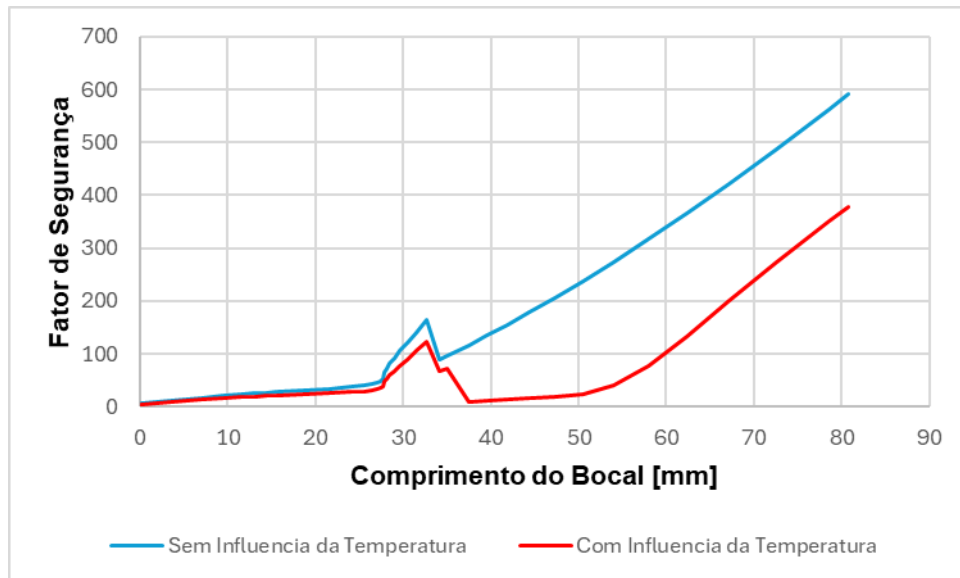


Figura 46 - Comparação do fator de segurança com e sem a influência da temperatura

A seguir a figura 4, evidencia a diferença percentual entre as duas curvas anteriores. Essa diferença representa o valor percentual de redução ou a influência percentual da temperatura sobre o fator de segurança do bocal. Os resultados mostram que a seção de fixação não sofre com a diferença de temperatura, tendo valores entre 20% e 30% de redução no fator de segurança. Subitamente após a seção de fixação a redução no fator de segurança chega a 90%, o que indica a forte influência da temperatura nessa região.

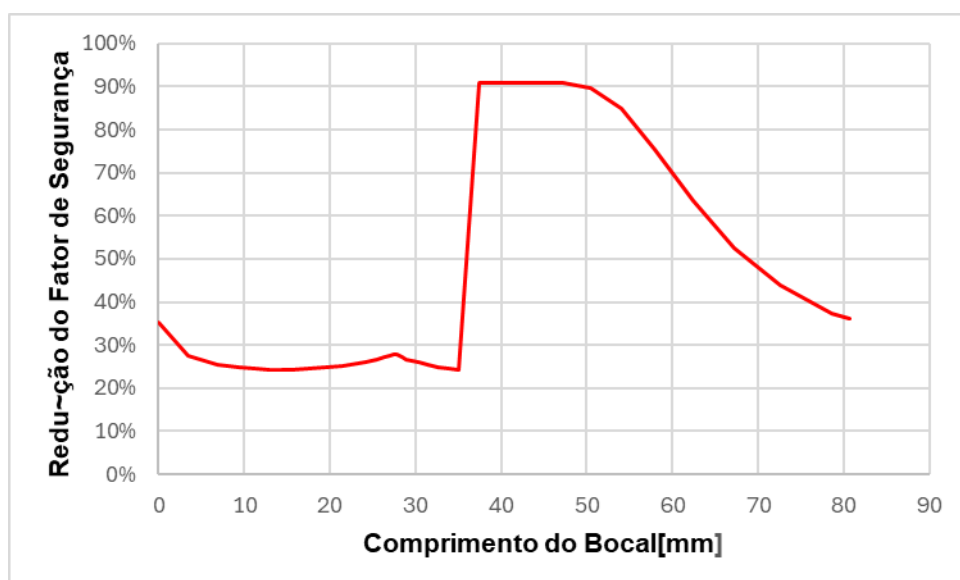


Figura 47 - Redução Percentual no fator de segurança pela influência da temperatura

Ao comparar a figura 47 com a figura 44, é possível observar que, entre as duas seções com menor fator de segurança, a seção inicial, considerada a crítica no bocal, sofreu pouca influência da temperatura. Sua criticidade é atribuída, principalmente, às tensões equivalentes muito elevadas nessa região, devido ao maior raio da seção e à pressão significativamente mais alta. Por outro lado, a seção localizada após a fixação apresenta uma redução do fator de segurança extremamente afetada pela temperatura. Esse comportamento ocorre devido à alta taxa de convecção na região e à pequena espessura do bocal.

6. CONCLUSÃO

Este estudo preliminar seguiu um método de análise termoestrutural amplamente empregado em projetos de bocais. O objetivo foi realizar uma análise de transferência de calor transiente, utilizando o método da capacitância global como modelo analítico. Para as condições específicas aplicadas aos bocais, o coeficiente de convecção foi calculado com base na correlação de Bartz.

No cálculo estrutural, o estudo adotou uma simplificação por meio do modelo de vasos de pressão de paredes grossas, com o objetivo de determinar as tensões atuantes na estrutura do bocal. Adicionalmente, utilizou o critério de von Mises para calcular a tensão equivalente.

As condições do fluido foram determinadas por meio das equações de fluxo isentrópico, que fornecem os valores de temperatura, pressão e massa específica. Essas condições foram calculadas considerando as hipóteses de simplificação do escoamento estabelecidas neste trabalho.

Além disso, o estudo realizado permitiu identificar, preliminarmente, o comportamento de cada seção do bocal individualmente. A análise indicou que a seção inicial é a mais crítica em termos de coeficiente de segurança; entretanto, apresenta pouca redução desse fator causada pela temperatura. Por outro lado, a seção mais afetada pela temperatura é a região logo após o término da fixação externa. Apesar de estar entre as áreas com os menores coeficientes de segurança, essa seção não se tornou a mais crítica do componente do motor.

Este trabalho realizou um estudo termoestrutural com o objetivo de avaliar a integridade do bocal de um foguete desenvolvido para uma competição universitária. Os resultados indicam que o bocal atende às exigências da competição de foguete

modelismo, denominada LASC, ao apresentar um fator de segurança igual ou superior a dois. Isso demonstra que, de acordo com as análises termoestruturais realizadas, o bocal projetado em aço 1020 possui resistência suficiente para suportar, durante todo o tempo de queima, a pressão máxima gerada pela câmara de combustão em todos os pontos de sua estrutura.

7. TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho se configura como um estudo preliminar, adotando aproximações e simplificações ao longo de todas as etapas para viabilizar a obtenção dos resultados analíticos. Embora essas escolhas sejam adequadas para uma análise inicial, reconhece-se que elas limitam a precisão e a representatividade dos resultados em relação ao comportamento real do sistema

Para estudos futuros, é essencial explorar metodologias que permitam maior fidelidade à realidade. Uma possibilidade é o uso de cálculos numéricos auxiliados por solvers especializados, como os utilizados em análises de elementos finitos (FEA) e de dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Essas ferramentas podem proporcionar uma modelagem mais detalhada e precisa, especialmente em regiões críticas ou onde as simplificações analíticas apresentem maior margem de erro.

Outra abordagem complementar seria a realização de testes experimentais, como ensaios estáticos, com a instalação de sensores de temperatura em pontos estratégicos do bocal. Esses sensores poderiam coletar dados empíricos em condições reais de operação, permitindo a validação dos modelos teóricos e a calibração das análises realizadas. Dessa forma, seria possível combinar resultados teóricos, numéricos e experimentais para alcançar uma compreensão mais robusta e confiável do comportamento estrutural e térmico do bocal.

REFERÊNCIAS

- AHMAD, Rashid A. **Convective Heat Transfer in the Reusable Solid Rocket Motor of the Space Transportation System**. ATK Thiokol Propulsion, Gas Dynamics Section, M/S 252, 8430.
- AVALLONE, Eugene A.; BAUMEISTER, Theodore. **Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers**. 10^a ed. Nova York: McGraw-Hill Professional, 1996.
- BANOTH, Mohan. **Structural Analysis of Rocket Nozzle**. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, v. 7, n. 7, jul. 2018.
- BARTZ, D. R. **A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients**. Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, Calif.
- BRAZ, Gabrielle Schutz; PONTIN, Gabriel Inácio. **Análise de propriedades de chapas de aço SAE 1020 laminadas a quente e a frio**. Barretos: Centro Universitário da Fundação Educacional de Barretos (Unifeb).
- CENGEL, Y. A. **Transferência de Calor e Massa: Uma Abordagem Prática**. 7^a ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2013.
- DAVENAS, Alain (Ed.). **Solid Rocket Propulsion Technology**. English translation Copyright © 1993 Pergamon Press Ltd. ancien élève de l'École Polytechnique, Technology and Research Director, SNPE, France.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7^a ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- INCROPERA, F. P.; DeWITT, D. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. 7^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.
- LASC. Documents & Forms. 2023. Disponível em: <https://www.lasc.space/2023-lasc/documents-forms>. Acesso em: 20 dez. 2024.
- MISHRA, D. P. **Fundamentals of Rocket Propulsion**. Taylor & Francis Group, LLC, 2017.
- NAKKA, Richard. **Richard Nakka's Experimental Rocketry Web Site**. Disponível em: <http://www.nakka-rocketry.net/>. Acesso em: 28 jun. 2023.
- NASA. **Beginner's Guide to Propulsion**. Disponível em: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bgp.html>. Acesso em: 20 dez. 2024.

ROCKET PROPULSION ANALYSIS. **Features of RPA software**. Disponível em: <https://www.rocket-propulsion.com/RPA/features.htm>. Acesso em: 18 nov. 2024.

SEIF, Mina; MAIN, Joseph; WEIGAND, Jonathan; SADEK, Fahim; CHOE, Lisa; ZHANG, Chao; GROSS, John; LUECKE, William; McCOLSKEY, David.

Temperature-Dependent Material Modeling for Structural Steels: Formulation and Application. NIST Technical Note 1907.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. *Elementos de Máquinas*. 7ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

SUTTON, George P.; BIBLARZ, Oscar. **Rocket Propulsion Elements**. 7ª ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2017.

SUN, Lin et al. **Coupled Fluid, Thermal and Structural Analysis of Nozzle in Solid Rocket Motor**. *Applied Mechanics and Materials*, v. 482, p. 297-301, 2014.

SUN, Lin et al. **Thermo-Structural Response Caused by Structure Gap and Gap Design for Solid Rocket Motor Nozzles**. 2016.

VIRGINIA TECH. **CD Nozzle: Theory and Design**. Disponível em: <https://www.engapplets.vt.edu/fluids/CDnozzle/cdinfo.html>. Acesso em: 13 jun. 2024.

WANG, Chunguang et al. **Thermal Structure Strength Analysis of Nozzle of Solid Rocket Motor with the Coupled Algorithm**. 2021.

APENDICE A – DEDUÇÃO DAS FÓRMULAS DE ESCOAMENTO

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DAS RELAÇÕES ISENTRÓPICAS

1 Princípio da conservação de energia

Esta é a equação da energia específica para um fluido ideal em escoamento. Ela representa a soma da energia cinética $\frac{v^2}{2}$ e da energia entálpica h do fluido, que permanece constante para um escoamento adiabático.

$$\frac{v^2}{2} + h = \text{Constante} \quad (37)$$

2 Relação entre entalpia e temperatura

A entalpia específica h é diretamente proporcional à temperatura T para um gás ideal, com sendo C_p o calor específico a pressão constante.

$$h = C_p T \quad (38)$$

3 Substituição de h na equação de energia:

Substituindo na equação da energia específica para um fluido ideal em escoamento:

$$\frac{v^2}{2} + C_p T = \text{Constante} \quad (39)$$

4 Velocidade do som e número de Mach

A velocidade do som a como dependente da temperatura T , onde γ é o índice adiabático e R é a constante dos gases.

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (40)$$

O número de Mach M é dado por:

$$M = \frac{v}{a} \quad (41)$$

Substituindo a por $\sqrt{\gamma RT}$, na equação acima e isolando v^2 :

$$v^2 = M^2 a^2 = M^2 \gamma RT \quad (42)$$

4 Velocidade do som e número de Mach

$$P = \rho RT \quad (43)$$

$$T = \frac{R}{R\rho} \quad (44)$$

$$a^2 = \gamma R \frac{P}{\rho} = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (44)$$

5 Relação entre pressão, massa específica e temperatura

$$\left(\frac{P_0}{P}\right) = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^\gamma \quad (45)$$

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (46)$$

$$\left(\frac{P_0}{P}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (47)$$

6 Substituir energia cinética em termos de Mach

A conservação de energia implica que a energia cinética $\frac{v^2}{2}$ adicionada à energia entálpica

local $C_p T$ é igual à entálpia de estagnação $C_p T_0$.

$$\frac{v^2}{2} + C_p T = C_p T_0 \quad (48)$$

Resolva para a temperatura de estagnação T_0 .

$$T_0 = T + \frac{v^2}{2C_p} \quad (49)$$

Substitua $v^2 = M^2\gamma RT$ Use a relação para a velocidade em termos de M para substituir v^2 .
Substitua $C_p = \gamma R/(\gamma - 1)$: Use a relação entre C_p , R e γ para simplificar.

$$T_0 = T + \frac{M^2\gamma RT}{2\gamma R} \quad (50)$$

Finalize a dedução simplificando a equação.

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \quad (51)$$

Para obter a massa específica use a relação:

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (52)$$

Isolando o termo $\frac{T_0}{T}$, tem-se:

$$\left(\frac{T_0}{T}\right) = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\frac{\gamma-1}{1}} \quad (53)$$

Substituindo na equação da temperatura tem-se:

$$\rho_0 = \rho \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2\right]^{1/(\gamma-1)} \quad (54)$$

Para a pressão de estagnação

$$\left(\frac{P_0}{P}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (55)$$

Isolando o termo $\frac{T_0}{T}$, tem-se:

$$\left(\frac{T_0}{T}\right) = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (56)$$

Substituindo na equação da temperatura tem-se

$$P_0 = P \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2\right]^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (57)$$

DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ÁREA

Usando a equação da continuidade (Conservação de Massa):

$$\dot{m} = \rho A v \quad (58)$$

E definindo como as variáveis na garganta como A_* , ρ_* e v_* tem-se a equação como:

$$A_* \rho_* v_* = \rho A v \quad (59)$$

Reorganizando em função de $\frac{A}{A_*}$ tem-se:

$$\frac{A}{A_*} = \frac{\rho_* v_*}{\rho v} \quad (60)$$

Substituindo v e v_* por $M = \frac{v}{a}$ sabendo que na garganta $M = 1$, tem-se:

$$\frac{A}{A_*} = \frac{\rho_* a_*}{\rho M a} \quad (61)$$

$$\frac{A}{A_*} = \frac{\rho_*}{\rho} \cdot \frac{a_*}{a} \cdot \frac{1}{M} \quad (62)$$

Sendo $a = \sqrt{\gamma RT}$:

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{\gamma RT_*}{\gamma RT}} \quad (63)$$

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{T_*}{T}} \quad (64)$$

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (65)$$

Usando o termo $\frac{T_*}{T_0}$ como $\frac{T_*}{T_0}$, pode-se usar a equação da temperatura para fluido isentrópico:

$$\frac{T_*}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{-1} \quad (66)$$

Assim o termo fica:

Da mesma forma $\frac{\rho_*}{\rho}$, pode usar:

$$\left(\frac{\rho_*}{\rho}\right) = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (67)$$

Portanto:

$$\left(\frac{\rho_*}{\rho}\right) = \left(\frac{T_*}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (68)$$

Sabemos que T e T_* estão relacionadas à temperatura total T_0 como:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)} \quad (69)$$

$$\frac{T_*}{T_0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)} \quad (70)$$

$$\frac{T_*}{T} = \frac{\frac{T_*}{T_0}}{\frac{T}{T_0}} = \frac{\frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}\right)}}{\frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)}} \quad (71)$$

$$\frac{T_*}{T} = \frac{\frac{T_*}{T_0}}{\frac{T}{T_0}} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \quad (72)$$

$$\left(\frac{\rho_*}{\rho}\right) = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (73)$$

Sendo $a = \sqrt{\gamma RT}$:

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{\gamma RT_*}{\gamma RT}} \quad (74)$$

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{T_*}{T}} \quad (75)$$

$$\frac{a_*}{a} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (76)$$

Substituindo os dois termos na equação da continuidade.

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}} \quad (77)$$

Por ultimo o expoente é modificado para:

$$\frac{1}{\gamma-1} + \frac{1}{2} = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \quad (78)$$

Modificando a equação tem-se:

$$\frac{A}{A_*} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (79)$$